

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

Cristina Neves dos Santos

*Aprendizagens inerentes à construção de uma Calculadora de
Matrizes e Determinantes*

Rio de Janeiro

2016

Cristina Neves dos Santos

*Aprendizagens inerentes à construção de uma Calculadora de
Matrizes e Determinantes*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Matemática PROF-MAT da UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Orientador: Dr Michel Cambrinha de Paula - UNIRIO

Orientador

Rio de Janeiro

2016

S237 Santos, Cristina Neves dos.
Aprendizagens inerentes à construção de uma calculadora de matrizes e determinantes / Cristina Neves dos Santos, 2016.
84 f. ; 30 cm

Orientador: Michel Cambrainha de Paula.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

1. Matemática – Estudo e ensino (Ensino médio). 2. Matrizes (Matemática). 3. Máquinas de calcular. 4. Determinantes (Matemática).
I. Paula, Michel Cambrainha de. II. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Mestrado Profissional em Matemática. III. Título.

CDD - 510

Cristina Neves dos Santos

*Aprendizagens inerentes à construção de uma Calculadora de
Matrizes e Determinantes*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao
Programa de Pós-graduação em Matemática PROF-
MAT da UNIRIO, como requisito para a obtenção
do grau de MESTRE em Matemática.

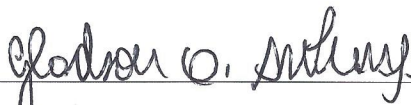
Aprovado em 24 de agosto de 2016

BANCA EXAMINADORA



Dr Michel Cambrinha de Paula - UNIRIO

Orientador



Dr Gladson Octaviano Antunes - UNIRIO

Membro



Ma Gisela Maria da Fonseca Pinto - UFRRJ

Membro

Ao meu pai (in memoriam), eterno “patrocinador” da minha formação. A minha mãe, por tudo. Ao meu marido por incentivar e ajudar a refinar minhas ideias loucas de projetos. A Ana Paula Bessa, amiga e diretora do colégio em que a pesquisa ocorreu à época deste trabalho, pela confiança irrestrita no meu potencial profissional.

Resumo

Uma imersão nas aprendizagens subjacentes ao trabalho por projetos no ensino médio integrado. A confecção da calculadora de matrizes e determinantes coloca em discussão muitos aspectos além da matemática: a essência do ensino médio integrado, as políticas públicas de educação, o desenvolvimento das habilidades e competências inerentes ao século XXI, o posicionamento do professor enquanto parceiro na aquisição de conhecimentos e não a única fonte, a utilização de recursos digitais online e softwares apropriados, entre outros. O projeto ocorreu no Colégio Estadual José Leite Lopes - NAVE, no Rio de Janeiro, numa turma de Programação de Jogos Digitais, e compreendeu conteúdos listados no Currículo Mínimo, teoremas mais aprofundados e uma aplicação geométrica das matrizes. Os alunos foram protagonistas em todas as etapas do projeto. Ao término, foram identificados, através de questionários com perguntas abertas e fechadas, o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos e das habilidades inerentes ao trabalho em grupo, assim como verificado, através das avaliações internas e externas, o desempenho da turma antes e após o projeto. Esse Trabalho de Conclusão de Curso do Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da UNIRIO foi desenvolvido com o intuito investigar a relevância do projeto e seu alcance, visto ser uma prática pedagógica recorrente no colégio.

Palavras-chaves: Integração, Contextualização, Inovação, Educação.

Abstract

An immersion in the underlying learnings around project work in the integrated system of teaching on high school. The production of the calculator of matrices and determinants puts into question many aspects beyond mathematics: the essence of the integrated system of teaching, public education policies, the development of skills and competencies required in the XXI century, the teacher's attitude as a partner in the acquisition of knowledge and not the only source, the use of online digital resources and appropriate software, among others. The project took place in a public school in Rio de Janeiro called Colégio Estadual José Leite Lopes, known as NAVE, in a Digital Game Programming class, and comprehended contents listed in the Minimum Curriculum, deeper theorems and a geometric application of matrices. The students were protagonists in all project stages. At the end, were identified through questionnaires with open and closed questions, the development of the mathematical content and skills inherent in group working, as well as verified, by internal and external evaluations, the class performance before and after the project. This work intends to investigate the relevance of the project and its importance, since it is a recurring pedagogical practice at school.

Keywords: Integration , Contextualization , Innovation, Education.

Agradecimentos

Aos meus alunos em primeiro lugar. Toda dedicação que tenho aos estudos é para proporcionar uma educação, de fato, de qualidade e promover uma leitura mais amena da Matemática. A Educação é uma via de mão dupla e depende dos dois lados para que seja eficaz. De nada adiantaria tanto esforço se os alunos não confiassem e se apropriassem das propostas de trabalho.

Ao meu marido, que escuta minhas ideias e angustias, provoca uma reflexão e complementa os projetos com sua visão técnica e gamer. Por todo apoio nesses dois anos de mestrado. Por acreditar mais em mim do que eu mesma.

Aos membros da minha família por entenderem minha ausência em prol da dedicação a esse curso.

Aos educadores do CEJLL-NAVE que aceitam minhas propostas e embarcam comigo numa jornada pedagógica inovadora.

Ao professor Michel pela orientação do trabalho.

*“Um passo à frente e você não está mais
no mesmo lugar”.*

Chico Science (Passeio no mundo livre)

Sumário

1	Introdução	12
2	Referencial teórico	14
2.1	A educação interdimensional e os Quatro Pilares da Educação	14
2.2	O Ensino Médio Integrado	16
2.3	A educação por projetos	18
2.4	As tecnologias na educação	20
2.5	Competências e habilidades no século XXI	23
3	Conhecendo o CEJLL-NAVE	27
3.1	Panorama geral	27
3.2	Desafios do ensino médio integrado	29
3.3	A turma 2003	34
4	O projeto	36
4.1	Histórico do projeto e mudanças em 2015	36
4.2	Etapas do projeto	39
4.3	Desempenho nas avaliações antes e depois do projeto	42
4.4	As calculadoras	44
5	Considerações finais e desdobramentos	51
6	Outros projetos	56
6.1	A forma no espaço	56
6.2	Identidades	57

6.3	Pesquisa Étnica Quantitativa	58
6.4	Política -18	59
6.5	Tênis de mesa	59
6.6	Calculadora de anagramas	60
6.7	Programática	61
6.8	Blokus 3D - analógico	62
6.9	Blokus 3D - digital	63
6.10	Régua de pH	64
6.11	Equilibrium	65
6.12	Estruturas lógicas	66
6.13	Programação e análise de questões de logaritmos	67
6.14	Movimento Uniforme e Função do 1º grau	68
	Referências Bibliográficas	70
	A O CEJLL-NAVE	72
	B O Artigo dos alunos	77
	C Ferramentas digitais	82
C.1	Google Drive	82
C.2	Github	83
C.3	Geogebra	83

1 Introdução

É comum, enquanto professores atarefados, não darmos a devida importância às muitas vertentes que uma atividade pedagógica pode ter e, por fim, acabarmos resumindo tudo a uma nota fria e subjetiva. Dessa forma, este trabalho pretende investigar as nuances no entorno da confecção de uma calculadora de matrizes, compreender sua eficácia na educação matemática, seu possível papel transformador no currículo, colocar em discussão o papel do Ensino Médio Integrado e como vem sendo tratado na rede estadual de ensino do Rio de Janeiro, além de estimular a reflexão sobre a prática docente e a responsabilidade acadêmica discente.

O projeto das calculadoras de matrizes é desenvolvido nas turmas de programação de jogos digitais do Colégio Estadual José Leite Lopes (CEJLL-NAVE), que tem como filosofia pedagógica a Educação Interdimensional e está vinculado ao MEC segundo o Ensino Médio Integrado, contando com três cursos técnicos de horário integral, a saber: programação de jogos digitais, multimídia e roteiro para novas mídias. Assim, a integração curricular se faz presente na linha pedagógica do colégio e a confecção da calculadora é um exemplo prático da integração dos conteúdos da matemática com os da programação.

Maltempi (2004, p. 265) afirma que o aprendizado deve ser um processo ativo, em que os aprendizes colocam “a mão na massa” no desenvolvimento de projetos em vez de ficarem sentados atentos à fala do professor. A ideia da construção de uma calculadora de matrizes e determinantes e não simplesmente o uso de uma das muitas disponíveis na internet, vem bem de encontro às ideias do autor. Ao desenvolver um novo objeto os educandos passam a ter um contato mais íntimo com os conceitos envolvidos do que se estivessem numa atitude passiva assistindo ao professor desenvolver técnicas e métodos para as operações com matrizes. Sem dispensar algumas aulas teóricas expositivas, o professor pode estimular os alunos através de atividades que dependam, exclusivamente, de suas ações. Assim, a construção da calculadora de matrizes visa colocar em prática essas duas visões e mais: incentivar a pesquisa discente, estimular o trabalho por projetos, aplicar a interdisciplinaridade e a contextualização de conteúdos, enfatizar o uso da tecnologia,

articular a filosofia do Ensino Médio Integrado com os Quatro Pilares da Educação¹.

Este trabalho está dividido em capítulos que visam relacionar o referencial teórico do CEJLL-NAVE com o projeto das calculadoras; apresentar o CEJLL-NAVE de fato, seus desafios e a turma submetida ao projeto em 2015; ambientar o projeto das calculadoras historicamente e apresentar as mudanças ocorridas em 2015, bem como detalhar suas etapas e apresentar dados estatísticos sobre o desempenho dos educandos antes e depois do projeto em avaliações internas e externas; expor as considerações finais e ressaltar possíveis desdobramentos; apresentar uma série de outros projetos de matemática desenvolvidos no colégio; e, confrontar as etapas do projeto em cada trecho da dissertação.

¹Quatro aspectos básicos da aprendizagem propostos no relatório Educação: um tesouro à descobrir, elaborado pela UNESCO. Seu detalhamento ocorrerá no próximo capítulo deste trabalho.

2 Referencial teórico

2.1 A educação interdimensional e os Quatro Pilares da Educação

A teoria desenvolvida por Costa (2008), a educação interdimensional, visa o desenvolvimento pleno do indivíduo, sua capacidade de entender-se, relacionar-se com os outros e com o meio e não somente a hegemonia da razão, da sua capacidade cognitiva, dos resultados numéricos. Sua proposta é o equilíbrio entre as relações de todas as dimensões do indivíduo de forma harmônica. Essas dimensões são:

- o *logos*, a dimensão responsável pela razão, pelo desenvolvimento cognitivo, pela apreensão das técnicas;
- o *pathos*, a dimensão responsável pelo sentimento, aquela que aflora na relação consigo mesmo e com os outros;
- o *eros*, a dimensão responsável pela corporeidade, pelos impulsos; e,
- o *mytho*, a dimensão responsável pela reflexão do bem e do mal.

Apoiado no Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI, Educação: um tesouro a descobrir, Costa (2008, p. 22) assume que “o caminho que vai da aprendizagem até sua aplicação prática passa pelo desenvolvimento de competências, pela adoção de atitudes e pela aquisição de habilidades, que são as mediações necessárias nesse processo”, corroborando com os quatro pilares da educação citados no relatório. O esquema da Figura 2.1, centrado no indivíduo em formação, retrata as posições do autor. Nele, é possível compreender que Costa considera todas as etapas de igual importância no processo de aprendizagem e, que este ciclo não se encerra, isto é, o desenvolvimento individual é consequência das atitudes do indivíduo em cada parte do esquema. Vale lembrar que esse aprendizado, ou construção do processo de aprendizagem, para Costa, é válido não somente para a vida escolar, como para o posicionamento diante da vida.



Figura 2.1: Esquema prático elaborado pelo autor deste trabalho.

A tabela a seguir apresenta um resumo do relatório acerca dos quatro pilares (p. 101/102):

<p>Aprender a conhecer</p> <p>Combinando uma cultura geral, suficientemente vasta, com a possibilidade de trabalhar em profundidade um pequeno número de matérias. O que também significa: aprender a aprender, para beneficiar-se das oportunidades oferecidas pela educação ao longo de toda a vida</p>	<p>Aprender a fazer</p> <p>A fim de adquirir, não somente uma qualificação profissional, mas de uma maneira mais ampla, competências que tornem a pessoa apta a enfrentar numerosas situações e a trabalhar em equipe.</p>
<p>Aprender a viver juntos</p> <p>Desenvolvendo a compreensão do outro e a percepção das interdependências “realizar projetos comuns e preparar-se para gerir conflitos” no respeito pelos valores do pluralismo, da compreensão mútua e da paz.</p>	<p>Aprender a ser</p> <p>Para melhor desenvolver sua personalidade e estar à altura de agir com cada vez maior capacidade de autonomia, de discernimento e de responsabilidade pessoal. Para isso, não negligenciar na educação nenhuma das potencialidades de cada indivíduo: memória, raciocínio, sentido estético, capacidades físicas, aptidão para comunicar-se.</p>

2.2 O Ensino Médio Integrado

A definição de Ensino Médio Integrado (EMI) potencializa uma visão mais ampla do desenvolvimento do indivíduo. As dimensões da educação formal e para o trabalho são tidas como de igual importância e mobiliza que o currículo e as ações pedagógicas girem em torno dessa preocupação.

O EMI trabalha com o que o MEC denomina “eixos norteadores”. O conteúdo do ensino médio regular deve ser ministrado simultaneamente com os conteúdos do ensino técnico profissional e tratados de forma integrada, relacionando teoria e prática no ensino das disciplinas de forma que estas dialoguem entre si, assim como, promovam a construção de valores, cidadania e ética, tornando o educando um cidadão com maior potencial crítico e habilitado para fazer escolhas.

O Documento Base do MEC sobre a Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrada ao Ensino Médio, de 2007, dispõe sobre o panorama de implementação dessa modalidade de ensino. O texto resgata trechos importantes da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) que sustentam e fundamentam a integração e a articulação entre a educação profissional e a educação formal, como o artigo 39, “a educação profissional, integrada às diferentes formas de educação, ao trabalho, à ciência e à tecnologia, conduz ao permanente desenvolvimento de aptidões para a vida produtiva” e, o artigo 40, que estabelece que “a educação profissional deve ser desenvolvida em articulação com o ensino regular ou por diferentes estratégias de educação continuada”. Dessa forma, a proposta apresentada no Documento Base é que essa articulação se dê no nível mais alto, “promovendo uma verdadeira integração, por meio da qual educação profissional e ensino regular se complementam, conformando uma totalidade” (pág. 7). Para que o EMI seja implementado e praticado, de fato, o texto sugere:

(...) um regime de coordenação e cooperação entre as esferas públicas em vários níveis, a saber: entre o MEC e os outros ministérios; entre as secretarias do próprio MEC; entre o MEC e as instituições públicas de educação superior, os sistemas estaduais e municipais de ensino; em cada estado, entre o respectivo sistema estadual e os sistemas municipais de educação; em cada estado, entre o respectivo sistema estadual e os órgãos ou entidades responsáveis pelas políticas públicas setoriais afins no âmbito estadual e dos municípios (pág 28).

O texto ainda ressalta outros aspectos da implementação do EMI como a construção coletiva do currículo, por cada escola e com foco na sua própria realidade;

a formação de profissionais (principalmente a formação docente) para atuar nessa nova modalidade; a formação de um quadro de professores que não sejam somente instrutores técnicos e nem somente propedêuticos; a discussão ampla sobre o rompimento da cultura pedagógica com os conhecimentos fragmentados; o suporte das esferas mais altas (municipais, estaduais ou federais) quanto ao tempo de formação e discussão dos professores, a consolidação dos planos de carreira em que seja prevista a dedicação exclusiva dos professores, a melhoria da estrutura física, material e tecnológica das escolas.

A concepção filosófica do EMI busca integrar todas as dimensões da vida no processo educativo, são elas: o trabalho, a ciência e a cultura.

O trabalho compreendido como realização humana inerente ao ser (sentido ontológico) e como prática econômica (sentido histórico associado ao modo de produção); a ciência compreendida como os conhecimentos produzidos pela humanidade que possibilita o contraditório avanço das forças produtivas; e a cultura, que corresponde aos valores éticos e estéticos que orientam as normas de conduta de uma sociedade.

Ainda como descrito no Documento Base para o EMI, este compreende o trabalho como princípio educativo como algo além do aprender fazendo, “equivale dizer que o ser humano é produtor de sua realidade e, por isso, se apropria dela e pode transformá-la” (pág. 45). Da mesma forma, o foco na pesquisa como princípio educativo e sua ligação com o trabalho deve estar presente em toda a educação escolar, pois ela

instiga o estudante no sentido da curiosidade em direção ao mundo que o cerca, gera inquietude, para que não sejam incorporados pacotes fechados de visão de mundo, de informações e de saberes, quer sejam do senso comum, escolares ou científicos (pág, 48).

A interdisciplinaridade aparece como “princípio organizador do currículo e como método de ensino-aprendizagem” (pág. 52), pois, é a partir da compreensão da utilidade dos conteúdos que se dá sentido à integração e, a partir daí, se constrói um currículo próprio às realidades dos cursos técnicos daquela comunidade e eficaz em seu propósito. Aliado a todos os aspectos levantados até aqui, está o Projeto Político Pedagógico. O parecer CNE/CEB N° 39 de 2004¹ do Ministério da Educação ressalta a importância da elaboração de um currículo integrado, levando em consideração, claro, a

¹Parecer CNE/CEB N° 39/2004, dispõe sobre a educação profissional técnica de nível médio e no ensino médio.

proposta pedagógica da escola e, ainda, como o desenvolvimento de competências cognitivas e profissionais poderá ser facilitado com essa proposta curricular. Dessa forma, a educação formal e técnica devem ser tratadas de forma integrada, relacionando teoria e prática no ensino de cada disciplina.

A educação interdimensional considera relevante que na escola o indivíduo possa adquirir habilidades que o prepare para um mundo do trabalho cada vez mais competitivo, complexo e exigente. Nesse ponto, o *aprender a aprender* é essencial para que se entenda que, de tempos em tempos, é necessária uma formação continuada, uma renovada nos conceitos e uma aquisição de novas habilidades necessárias que a própria evolução tecnológica demanda. Para Costa (2008):

Trabalhar é praticar habilidades. Quando trabalhamos praticamos habilidades básicas, específicas e de gestão. Mais importante que preparar um jovem para um posto de trabalho, é capacitá-lo para ingressar, permanecer e ascender na esfera produtiva. Nesse sentido, além de competências técnicas e administrativas, são requeridas virtudes empreendedoras, que não são apenas conhecimentos, mas que se constituem numa atitude básica diante da vida.

Tais características são destacadas pelas *Diretrizes curriculares nacionais da educação básica* ao discorrer sobre a Educação Profissional. Segundo o texto (p. 209), a oferta da educação profissional técnica de nível médio deve levar em consideração o que é exigido dos trabalhadores hoje em dia como: maior capacidade de raciocínio, autonomia intelectual, pensamento crítico, iniciativa própria e espírito empreendedor, bem como a capacidade de visualização e resolução de problemas. O mesmo texto enfatiza a importância da associação dos ensinamentos técnico e regular e, ainda mais, a pesquisa como princípio pedagógico. Um aluno que vivencia essa modalidade de ensino deve ser capaz, ao término do curso, de continuar buscando conhecimento de qualidade e aprimorar sua formação de forma autônoma e consciente.

2.3 A educação por projetos

Na mesma linha das teorias anteriores está a educação por projetos. Um projeto pode: evidenciar habilidades e competências já adquiridas e apontar aquelas que ainda precisam ser desenvolvidas ou melhor trabalhadas; integrar conteúdos de diversas disciplinas; favorecer a criação de hipóteses, estratégias, testes e pesquisas; articular, efetivamente, os

quatro pilares da educação.

O projeto pode surgir das concepções pedagógicas de um ou mais professores, de alguma dificuldade da turma, de alguma necessidade de produção da turma (um jogo, por exemplo), de acontecimentos divulgados nas mídias, etc. O importante é que todos estejam envolvidos na formulação e concepção das etapas do projeto.

Segundo as *Orientações curriculares para o ensino médio* (p. 85), o professor deve estar preparado para

(...) estabelecer objetivos educativos e de aprendizagem, selecionar os conteúdos conceituais e procedimentais a serem trabalhados, preestabelecer atividades, provocar reflexões, facilitar recursos, materiais e informações, e analisar o desenvolvimento individual de cada aluno.

Costa (2008, p. 39), quando discorre sobre a preparação do indivíduo para o exercício da cidadania, pontua ótimas reflexões que complementam as orientações curriculares:

Os educandos devem se ver e ser vistos pelos adultos como *parte da solução*, não como parte do problema. (...) eles devem ser percebidos e se perceber como *fontes* de iniciativa (ação), liberdade (opção) e compromisso (responsabilidade). Os educandos não podem mais ser definidos como destinatários de ações do mundo adulto, mas sim *interlocutores* (para debater e decidir) e *parceiros* (para planejar, executar, avaliar e apropriar-se dos resultados das ações realizadas) que respondem plenamente por suas consequências.

Ora, ao propor, ou aceitar, um trabalho por projeto o professor deve ter um norte educativo: *o que os alunos irão aprender (ou desenvolver) ao longo do processo?* Mas nem todas as decisões devem ficar a cargo dele. Algumas responsabilidades devem ser transferidas aos alunos e, outras, decididas em conjunto. O professor tem a experiência dos conteúdos a serem trabalhados, aqueles em que um bom projeto poderia ser desenvolvido, mas não tem como engajar a turma no processo afastando-a das decisões. Corroborando com essa ideia, Maltempo (2005) afirma que:

Educar, portanto, é principalmente dar condições para que os alunos construam, mas não se resume a isso. O Construcionismo postula que o aprendizado ocorre especialmente quando o aprendiz está engajado em construir um *produto* de significado pessoal (por exemplo, um poema, uma maquete ou um *website*), que possa ser mostrado a outras pessoas. Portanto, ao conceito de que se aprende melhor fazendo, o Construcionismo acrescenta: aprende-se melhor ainda quando se gosta, pensa e conversa sobre o que se faz.

Azevedo (2008 p. 25) coloca o envolvimento do aluno ainda mais evidente ao propor que, num ambiente construcionista, o professor assuma o papel de coadjuvante do aprendizado e, o aluno, de protagonista.

Ao professor cabe o papel de regente no desenvolvimento das atividades, devendo ser profundo conhecedor dos conteúdos envolvidos, levando os alunos a refletirem, investigarem, ou seja, conduzindo o desenvolvimento do projeto de modo que privilegie os conceitos matemáticos; intervindo sempre de maneira conveniente. O professor que consegue agir desta maneira estará contribuindo para que o ambiente construcionista se torne eficaz e que ocorra a construção de novos conhecimentos.

Dessa forma, o trabalho por projetos deve: envolver os alunos, fazer sentido para eles, desafiá-los de alguma maneira na busca por mais conhecimento, integrar diferentes áreas do conhecimento, envolver um conteúdo que o professor domine para que este possa servir de referência e provocador de testes e hipóteses. Conseqüentemente, o aprendizado por projeto vai além do cognitivo, ele é mais um ganho na atividade; na aprendizagem por projeto a relação entre os envolvidos é um coringa, as trocas de conhecimento e as pesquisas em conjunto aproximam as pessoas, faz com que desenvolvam habilidades não triviais, como liderança, organização, negociação, etc. e, competências como inovação e resolução de problemas, entre outros.

De maneira não tão explícita, uma das diretrizes curriculares para a educação profissional é justamente o trabalho *em equipe orientado para solução de problemas cada vez mais complexos, oferecendo-lhes respostas cada vez mais flexíveis, criativas e inusitadas* (p. 212). Nesse ambiente a aprendizagem é contínua, articulada, compartilhada e propícia à melhoria do mundo do trabalho uma vez que os alunos estão sendo preparados para romper com os mecanismos que os habilitem exclusivamente para a reprodução do status quo do capitalismo.

2.4 As tecnologias na educação

Ao desenvolver um projeto, uma das etapas de execução é a pesquisa, seja pela busca de produtos semelhantes disponíveis, seja pela busca de conceitos e tutoriais que auxiliem o trabalho. Nesse sentido, a tecnologia, a internet e o computador são ótimos aliados, reduzem tempo e dinheiro e propiciam as pesquisas e simulações fora dos muros da escola e a comunicação (entre os integrantes do grupo de trabalho e entre qualquer aluno da

turma e o professor).

A própria ideia do projeto das calculadoras de matrizes surgiu da pesquisa por objetos de aprendizagem sobre esse conteúdo. Hoje em dia é fácil encontrar tais calculadoras gratuitamente na internet. A escolha por não utilizá-las veio, justamente, pelos alunos serem de uma turma de programação. Até faria algum sentido utilizar tais recursos prontos em aula, porém, ressaltando a educação interdimensional e o ensino médio integrado, a produção de uma calculadora do zero pelos próprios alunos seria uma oportunidade de aprendizado diferente da massificação de teoremas, cálculos e propriedades dos determinantes. As calculadoras online serviram ao projeto como exemplos, como comparação de resultados e teste.

Moran (2013), ao refletir no uso que os docentes fazem dos recursos digitais, cita que devemos ir além do apoio à pesquisa, pontuando termos uma grande oportunidade *para a comunicação com os alunos e dos alunos entre si, para a integração entre grupos dentro e fora da turma*. Fato é que a produção das calculadoras extrapolou as paredes do laboratório do colégio e parte foi desenvolvida nas casas dos alunos, o que não é o ideal e algo que o professor não tem como controlar (uma vez terem sido disponibilizados tempos de aula para a produção e, levando-se em conta que os alunos passam 10 horas no colégio, é sempre aconselhável que não levem tarefa pra casa). Assim, a troca de e-mails e de mensagens pelo Facebook entre aluno e professor são exemplos práticos das ponderações do professor Moran. Vale lembrar que a entrega das calculadoras, seja pelo envio dos arquivos compactados seja pelo link para download na nuvem, foram feitas por e-mail. Da mesma forma, a divisão dos grupos e o escopo do projeto foram disponibilizados numa planilha online pelo Google Drive. A turma de programação ainda usa uma ferramenta de compartilhamento de projetos chamada Github², uma plataforma online onde programadores se ajudam, trocam experiências e disponibilizam seus arquivos para download.

A confecção da calculadora, como dito anteriormente, provoca uma mudança na maneira de ensinar e aprender por parte de alunos e professor. Essa mudança coloca todos em foco nesse processo e tem como papel coadjuvante a tecnologia e, como papel principal, a educação matemática numa ótica construtivista. Para Gravina e Santarosa (1998), a educação matemática deve ressaltá-la enquanto área de conhecimento e

²<https://github.com/>

apresentada em duas vertentes:

- *Aplicabilidade*: quando fórmulas, teoremas e teorias são usados na resolução de problemas de outras áreas de conhecimento; e,
- *Investigação*: quando procura-se observar regularidades e invariantes, cuja evidência se estabelece pela demonstração baseada no raciocínio lógico.

Baseado no estudo das autoras, o quadro abaixo resume certas características de ambientes informatizados construtivistas, bem como apresenta sua relação com o projeto das calculadoras:

Característica	Resumo	Como apareceu no projeto
Meio Dinâmico	Caráter dinâmico com ênfase na manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador.	Na comparação de resultados das calculadoras em desenvolvimento com as dispostas na internet, no tempo de resposta de cada cálculo e na manipulação das coordenadas dos vértices dos polígonos e suas representações no plano cartesiano.
Meio Interativo	Compreensão da interatividade como a relação entre as ações do aluno e as reações do ambiente. Neste processo, o sistema oferece suporte às concretizações e ações mentais do aluno, como também funciona como <i>sensor</i> nos ajustes entre o conceito matemático e sua concretização mental.	A partir da programação das operações entre os elementos das matrizes, além da exploração de novos teoremas e resultados provenientes das pesquisas dos alunos.
Meio para Modelagem ou Simulação	Criação e exploração de um modelo, manipulação e compreensão das relações entre as variáveis que controlam o fenômeno, sendo o <i>feedback</i> visual oferecido pelo computador um recurso fundamental para o ajuste de ideias. A simulação permite experimentos envolvendo conceitos mais avançados, ficando a complexidade por conta do programa e a análise por conta dos alunos.	É o próprio processo de confecção das calculadoras, em específico, a parte gráfica do plano cartesiano, por ser essa uma das partes mais complexas de desenvolvimento, segundo os alunos. Boa parte deles fizeram uso de trechos de códigos disponíveis em fóruns de discussão por encontrarem dificuldade na tradução da linguagem matemática para a de programação.

Assim, o projeto das calculadoras estimula a participação e reflexão ativa, do professor e dos alunos, tanto na construção do conhecimento quanto na promoção do protagonismo e do autodidatismo dos alunos. Ainda segundo Gravina e Santarosa, os ambientes informatizados não só ajudam a superação dos obstáculos inerentes ao próprio processo de construção do conhecimento matemático, mas também podem acelerar o processo de apropriação do conhecimento (pág. 20).

2.5 Competências e habilidades no século XXI

Retomando a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), que atende por Lei 9394, de 20 de Dezembro de 1996, em que, no seu segundo artigo relata:

A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.

Em pleno século XXI, é preciso refletir sobre as necessidades da sociedade e do mercado de trabalho e, de alguma maneira, promover um ambiente de ensaio e de promoção dessas características na escola. É preciso modernizar e atualizar as competências e habilidades necessárias ao cumprimento do que prega a LDB.

Costa (2001) lista uma série de habilidades que visam a empregabilidade. Tais habilidades, segundo o autor, significam “as competências que uma pessoa precisa ter para poder dar certo no mundo do trabalho”(pág. 26). Elas foram divididas em três grupos:

- *Habilidades básicas*: saber ler, escrever, contar, falar uma língua estrangeira, expressar-se.
- *Habilidades específicas*: ser capaz de realizar as atividades necessárias para produzir um bem ou prestar determinado serviço.
- *Habilidades de gestão*: planejar, coordenar, controlar e avaliar o seu próprio trabalho e o de outras pessoas.

Corroborando com a LDB e Costa, a publicação *Education for Life and Work: Developing Transferable Knowledge and Skills in the 21st Century* também serviu como

referência para o projeto das calculadoras e de apoio, significativo, aos quatro pilares da educação. O texto enfatiza que para alcançar seu potencial enquanto adultos, os jovens precisam desenvolver um leque de habilidades e competências que facilitam a compreensão e aplicação da sua língua mãe, da matemática e de outros conteúdos da escola, ao mesmo tempo em que o mercado de trabalho e a política requer às escolas que desenvolvam habilidades como resolução de problemas, pensamento crítico, comunicação, colaboração e auto gerenciamento. Tais habilidades fazem parte das *habilidades do século XXI*. Embora o texto seja baseado numa pesquisa com alunos norte americanos, as preocupações com a Educação e a formação dos alunos extrapolam fronteiras, visto que, no mundo atual, tecnológico e conectado, aumentou a comunicação e a troca de informações, necessitando da competência de processar múltiplas tarefas e distribuí-las em diversos contextos, como casa, escola, local de trabalho e redes sociais. Para efeitos de organização, os diversos termos são apresentados em três grupos de domínio de competências: cognitiva, intrapessoal e interpessoal. A tabela a seguir resume cada segmento.

Domínio Cognitivo	Domínio Intrapessoal	Domínio Interpessoal
Envolve raciocínio e memória.	Envolve a capacidade de gerenciar seu comportamento e emoções para alcançar um objetivo.	Envolve a expressão de ideias, a interpretação e a resposta de mensagens aos outros.
Inclui: processamento cognitivo e estratégia, conhecimento e criatividade.	Inclui: abertura intelectual, trabalho ético e consciente e auto avaliação.	Inclui: trabalho em equipe, colaboração e liderança.
Exemplos: pensamento crítico, compreensão da informação, raciocínio e argumentação e inovação.	Exemplos: flexibilidade, iniciativa, apreciação da diversidade e metacognição.	Exemplos: comunicação, colaboração, responsabilidade e resolução de conflitos.

O projeto das calculadoras promoveu um ambiente onde várias dessas habilidades puderam ser exercitadas, aprendidas ou desenvolvidas. Os aspectos práticos do projeto, aqueles que lidam com o conteúdo propriamente dito, estão relacionados ao Domínio Cognitivo. A organização de cada equipe, a divisão de tarefas e gerenciamento da produção estão vinculadas ao Domínio Interpessoal. Já o Domínio Intrapessoal aparece no comportamento individual em prol do grupo como, por exemplo, aceitar que a sugestão de um colega pode ser mais eficaz que a sua.

Utilizando como base o Relatório da UNESCO é possível compreender a relação de cada pilar da educação com as competências produtiva, cognitiva, social e pessoal. De fato, o **aprender a fazer** (competência produtiva) não é, simplesmente, preparar alguém para a confecção de alguma coisa. Qualidades subjetivas, inatas ou adquiridas, junto com as habilidades técnicas, ajudam a compor as competências exigidas, ou seja, a competência produtiva diz respeito à aquisição de habilidades básicas, específicas e de gestão. Segundo o Relatório, qualidades como a capacidade de comunicar, de trabalhar com os outros, de gerir e de resolver conflitos, tornam-se cada vez mais importantes (pág. 94).

Segundo o texto, o **aprender a conhecer** (competência cognitiva) fomenta o aumento dos saberes pois “(...) favorece o despertar da curiosidade intelectual, estimula o sentido crítico e permite compreender o real, mediante a aquisição de autonomia na capacidade de discernir” (pág. 91). Tal competência é a que assegura a empregabilidade e está relacionada ao crescimento pessoal, social e profissional.

O **aprender a conviver** (competência social) ressalta o quão conflituosa e competitiva podem ser as relações humanas e o Relatório propõe que cabe à educação a descoberta progressiva do outro e a participação em projetos comuns (pág. 97), como estratégias de evitar ou resolver conflitos, desenvolver a tolerância, a comunicação, a flexibilidade, etc, ou seja, uma competência vinculada à capacidade da pessoa relacionar-se de forma harmoniosa com as outras pessoas.

O **aprender a ser** (competência pessoal) coloca em pauta aspectos individuais como, por exemplo, a diversidade das personalidades, a autonomia, a iniciativa, a criatividade e a inovação, o conhecer a si mesmo, aceitar-se e saber usar suas habilidades para crescer. No texto, essas características resumem que a educação é, antes de mais nada, uma viagem interior, cujas etapas correspondem às da maturação contínua da personalidade (pág. 101). Em resumo, os quatro pilares da educação reforçam o desenvolvimento consciente das habilidades e competências individuais, colocam a escola como coadjuvante e essencial nesse processo que é, também, de construção coletiva.

Avaliar o desenvolvimento de cada habilidade é tarefa individual e, por isso, a turma foi submetida a um questionário online, onde os alunos levaram em consideração sua participação em seu grupo de trabalho do projeto. O leque de termos citados como essenciais aos jovens do século XXI foram classificados em *melhorei*, *nem melhorei nem piorei* e *piorei*. A tabela a seguir apresenta os termos cujas respostas foram mais expres-

sivas.

Termos apontados como melhora		Termos apontados como piora	
Termo	Quantidade (%)	Termo	Quantidade (%)
resolução de problemas complexos	56	estabilidade emocional	28
produtividade	52	comunicação	20
aprendizado contínuo	52	profissionalismo	20
flexibilidade	48	liderança	20
curiosidade	48	atenção	20
autorreflexão	48	colaboração	16
responsabilidade	44	responsabilidade	12

Esse exercício de autoavaliação proposto no questionário exemplifica a reflexão sobre o tipo de jovem que a escola pretende formar para a vida e o mercado de trabalho. Compreender seus pontos fracos e procurar resolvê-los, individual ou coletivamente, trabalha com as capacidades de aprender, de manter-se motivado, de buscar soluções, avaliar e ser avaliado, entre outras. O trabalho proposto pelo projeto das calculadoras enfatizou capacidades como o trabalho em equipe, a cooperação, a atuação compartilhada, o gerenciamento e a percepção do todo e não de partes isoladas, a contribuição para a solução de problemas, a liderança, a responsabilidade e a tomada de decisões.

3 Conhecendo o CEJLL-NAVE

3.1 Panorama geral

O Colégio Estadual José Leite Lopes é uma parceria público-privada entre a Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC) e o Instituto Oi Futuro. NAVE¹ significa Núcleo Avançado em Educação e representa a parte privada do projeto, a oferta dos cursos técnicos e o incentivo à pesquisa docente; à Seeduc cabe o currículo da base nacional comum assim como os professores do ensino médio regular.

São oferecidos três cursos técnicos: roteiro para novas mídias, programação de jogos digitais e multimídia. O primeiro curso é oriundo da parceria com a PLANETA-PONTOCOM², uma associação de direito privado, sem fins econômicos, de ação social, que tem como objetivo a promoção da cultura, da educação, da preservação do meio ambiente, do desenvolvimento sustentável, do combate a todas as formas de exclusão social e da ação e assistência social em todos os níveis. Além de gerenciar os professores deste curso técnico, prestar consultoria pedagógica, desenvolver cursos de aperfeiçoamento de professores, a PLANETAPONTOCOM mantém, no colégio, o Departamento de Mídia-educação (MDE), um ambiente favorável à aproximação das tecnologias ao cotidiano escolar que dispõe de um estúdio de vídeo, um estúdio de áudio, uma ilha de edição, diversos equipamentos de captação de áudio e vídeo, computadores, livros e revistas de referência, etc. Os equipamentos, como as câmeras fotográficas, são utilizadas pelos alunos na confecção de seus trabalhos e, também, para registro de apresentação de seminários, danças, projetos ou qualquer evento que ocorra no colégio.

Os outros cursos, de programação de jogos e multimídia, a partir do final de 2015, passou a ter a gerência do CESAR³ (Centro de Estudos e Sistemas Avançados do Recife), uma associação civil sem fins lucrativos, que cria produtos, serviços e empresas com Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs). A base do CESAR é a busca por soluções inovadoras para problemas complexos de seus clientes e, entre outras ações,

¹<http://www.oifuturo.org.br/educacao/nave/>

²<http://planetapontocom.org.br>

³<http://cesar.org.br/home>

criou o CESAR.EDU, um instituto inovador que oferece dois mestrados profissionais com metodologia inovadora e foco em problemas reais do mercado (mestrado em Design e mestrado em Engenharia de Software), além de cursos de educação à distância.

Em resumo, a concepção do NAVE é a de uma cadeia produtiva, integradora e criativa. Vale ressaltar que além do Rio de Janeiro, Recife também conta com uma unidade do Nave, na Escola Técnica Estadual Cícero Dias, que conta com as mesmas estruturas do CEJLL.

O CEJLL está inserido na modalidade Ensino Médio Integrado (EMI) no catálogo do MEC pois é de Educação Profissional Técnica desenvolvida de forma articulada com o Ensino Médio de forma integrada, no próprio colégio. Isto é, o aluno obtém as duas formas de ensino, regular e técnica, no CEJLL com uma só matrícula, fornecida pela Seeduc. O horário do colégio para os alunos é o integral, de 7h às 17h, já os professores da Seeduc cumprem 30 tempos divididos em regência, planejamento integrado, reuniões pedagógicas, atendimento aos alunos e pesquisa.

Assim, ao NAVE estão atrelados um colégio público, um centro de pesquisas docentes e um centro de disseminação. Todo ano ocorre o Nave de Portas Abertas, um evento onde a comunidade escolar, entre outros, pode conhecer as práticas pedagógicas, pesquisas e trabalhos feitos pelos alunos. O evento conta com mesas de discussão de diversos temas, como a visão de futuro dos alunos no mundo do trabalho e tecnológico e os desafios do ensino de educação física num colégio sem quadra de esportes. Nesses dias de imersão já foram lançadas duas revistas⁴ próprias contendo artigos e relatos sobre as pesquisas docentes realizadas no colégio. Tais pesquisas pertencem a um dos três eixos: *educação integral, ensino médio integrado e educação, tecnologia e comunicação*.

O colégio possui 4 turmas de cada série do ensino médio, com, aproximadamente, 35 alunos cada. São 10 salas de aula equipadas com um computador conectado a um projetor e um quadro digital, 5 laboratórios de informática também com computador conectado ao quadro digital e ao projetor, 1 laboratório multiuso, 1 estúdio de áudio, 1 estúdio de vídeo, diversos computadores disponíveis na área de convivência e no MDE para os alunos utilizarem a qualquer momento. O colégio tem, ainda, uma biblioteca, um auditório equipado com projetor, mesa de som e painel automático. A única pendência, desde a sua criação, é a quadra de esportes.

⁴A revista lançada em 2015 pode ser acessada em <http://oifuturo.org.br/revista-nave/>

3.2 Desafios do ensino médio integrado

Um dos desafios de se cumprir a modalidade de ensino médio integrado é, justamente, a integração de disciplinas e seus conteúdos. Esta modalidade pressupõe um planejamento integrado desde sua concepção, seja entre as disciplinas da base nacional comum e destas com as da área técnica. Porém, as disciplinas ligadas à Seeduc têm seus currículos atrelados ao Currículo Mínimo e, este, diretamente ligado ao Saerjinho.

O Currículo Mínimo, elaborado pela Seeduc, apresenta competências e habilidades que devem estar presentes nos planos de curso e nas aulas de todas as escolas da rede estadual. Nele constam itens considerados indispensáveis no processo de ensino-aprendizagem de cada disciplina, dispostos por ano de escolaridade e bimestre. Com isso a Seeduc garante que o currículo seja, em grande parte, o mesmo e com a mesma sequência, em todas as suas escolas. A primeira versão foi criada em 2011 e sua última revisão ocorreu em 2012, isto é, até o presente ano nada mudou no currículo mínimo de matemática. Vale ressaltar que, somente a partir de 2013 a Seeduc preparou um currículo mínimo voltado para o EJA (Educação de Jovens e Adultos) e um voltado para o curso normal. Ou seja, de 2011 à 2016, nenhum currículo foi criado para atender as escolas de ensino médio integrado, inovador ou qualquer outro modelo que não seja o regular, o normal ou o EJA. Dessa maneira, o CEJLL, como colégio estadual que é, deve seguir um currículo voltado para o ensino regular.

O SAERJ⁵ (Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Rio de Janeiro) foi criado em 2008 com o objetivo de promover uma análise do desempenho de alunos das séries finais da rede pública estadual em Língua Portuguesa e Matemática. Implementado pela Seeduc em parceria com o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd), da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), o SAERJ busca coletar informações sobre o desempenho escolar dos estudantes, permitindo que ações sejam realizadas pelos gestores e equipe pedagógica. Em resumo, o SAERJ é uma avaliação objetiva, de Língua Portuguesa e Matemática, preparada a partir de um banco de itens pelo CAEd, segundo uma matriz de referência bastante similar às competências e habilidades dispostas no currículo mínimo. São selecionados 91 itens de cada disciplina, divididos em 7 blocos de 13 itens cada. Cada prova contém dois blocos de cada disciplina, totalizando 52 questões. Ao todo, são 21 modelos diferentes de cadernos de questões. Após a

⁵<http://saerj.caedufjf.net/saerj/>

aplicação, as provas e cartões-resposta são lacrados e devolvidos à Seeduc. Tais provas e gabaritos não são divulgados, porém, cada escola recebe um feedback da avaliação, contendo: porcentagem de alunos da escola que participou da avaliação; a nota da escola em cada disciplina; a nota da regional à qual a escola pertence em cada disciplina; e, por fim, a nota em cada disciplina da rede estadual, como um todo. Essas notas são comparadas nesse feedback e, ainda, um gráfico que apresenta indicadores de desempenho para cada habilidade, segundo os seguintes critérios:



Figura 3.1: Classificação do desempenho dos alunos de acordo com sua pontuação.

Além do SAERJ, a partir de 2011, a Seeduc implementou o Saerjinho, seguindo o mesmo estilo de avaliação porém com periodicidade bimestral e para as três séries do ensino médio. A partir de 2012, Geografia, Biologia, Química, Física e História passaram a compor o Saerjinho. Assim, a Seeduc divulga em seu calendário escolar as datas das aplicações dessas provas: o caderno que contém 52 questões, divididas em 26 de Língua Portuguesa e 26 de Matemática, é aplicado em um dia e, no dia seguinte, o caderno que contém 45 questões, divididas em 9 de cada uma das outras disciplinas (Física, Química, Biologia, Geografia e História).

Alguns fatos diferenciam o Saerjinho do SAERJ:

- as provas do Saerjinho ficam na escola e podem ser trabalhadas em sala de

aula pelo professor, as do SAERJ devem ser lacradas e devolvidas à Seeduc;

- as provas e gabaritos oficiais do Saerjinho são divulgados no sistema online do CAEd e ficam disponíveis para download, o que não ocorre com as avaliações do SAERJ;

- os próprios professores do colégio aplicam o Saerjinho enquanto aplicadores externos (professores de outras escolas) são responsáveis pelo SAERJ;

- o Saerjinho ocorre nos três primeiros bimestres do ano enquanto o SAERJ é realizado somente no 4º bimestre;

- no sistema online do CAEd é possível acessar as competências e habilidades trabalhadas em cada prova do Saerjinho, bem como o desempenho de cada aluno, já o SAERJ divulga um resultado geral da escola;

- até 2014 a Seeduc presenteava as escolas com melhores desempenhos no Saerjinho com o projeto Jovens Turistas, uma parceria com a Secretaria de Turismo, que promovia um final de semana cultural, incluindo uma peça de teatro, hospedagem num hotel no Flamengo e visitas à pontos turísticos da cidade do Rio de Janeiro; o SAERJ premia os melhores alunos com equipamentos eletrônicos (notebook ou tablet).

Em 2013, a Seeduc publicou a Portaria SEEDUC/SUGEN N° 419/2013, que obriga o professor a utilizar o Saerjinho como uma de suas avaliações bimestrais, como disposto no Art. 4º, § 5º:

A Avaliação Diagnóstica do Processo Ensino Aprendizagem - SAERJINHO, aplicada nos níveis de ensino, anos/séries, disciplinas e bimestres definidos pela SEEDUC, é um dos instrumentos obrigatórios da avaliação, com valor/nota definido(a) pelo Professor, e deverá ser registrada no Diário de Classe ou outro instrumento indicado pela SEEDUC, bem como no Sistema Eletrônico de Registro Escolar.

Enfim, a Seeduc acabou colocando um currículo linear para todas as escolas da rede de ensino médio (excetuando o curso normal), sem diferenciar aquelas cuja modalidade não é o ensino médio **regular**, como o *integrado*, caso do CEJLL-NAVE, e o *inovador*, caso do C.E. Erich Walter Heine, que oferece cursos nas áreas de administração, vendas, secretariado, logística e qualidade. Portanto o planejamento integrado acaba sofrendo muitas perdas por conta das amarras de currículo, Saerjinho, nota do aluno, desempenho da escola, etc.

Em setembro de 2015 o governo estadual lançou o Programa de Educação Integral, dividido em duas dimensões: Solução Educacional e Dupla Escola. Nesse sentido,

o CEJLL-NAVE está ligado ao programa Dupla Escola, que, como disposto no site da Seeduc, “compreende um novo arranjo para a Educação Básica, concretizada a partir da aliança entre a formação geral e a aquisição de competências e habilidades vocacionais”⁶. Já a proposta de Solução Educacional⁷ visa um currículo estruturado para desenvolver as disciplinas da base nacional comum por áreas de conhecimento, incluindo aspectos socioemocionais, aprendizagem por projetos, incentivo ao protagonismo juvenil, entre outras ações.

Infelizmente o Programa de Educação Integral ainda não desvinculou os colégios participantes da linearidade do currículo proposto pela própria Seeduc, que por mais que a propaganda seja a de um currículo enxuto, no qual o professor pode inserir atividades e/ou conteúdos que considere relevante de acordo com o colégio ou a turma em que se trabalha, arremata o desenvolvimento do bimestre com o Saerjinho, que avalia os conteúdos dispostos no currículo mínimo para aquele bimestre. Ora, a integração de conteúdos pressupõe um planejamento das áreas de conhecimento que não visam linearidade e sim coerência; assim, muitos projetos são deixados de lado porque os conteúdos das disciplinas não *casam* no bimestre e/ou na série. Os projetos integrados que são desenvolvidos demonstram uma força de vontade dos próprios professores em, de alguma maneira, alinhar essa enorme colcha de retalhos.

Interessante retornar ao Documento Base do EMI e verificar que um dos pontos cruciais do sucesso da implementação dessa modalidade de ensino é, justamente, o apoio dos órgãos na estruturação dos currículos de acordo com cada realidade:

Portanto, um plano estratégico e estruturante da política de ensino médio integrado à educação profissional implica, necessariamente, a co-operação, a colaboração e a interação com os sistemas estaduais e municipais, quando for o caso, no sentido de contribuir para que tais sistemas construam e implementem seus currículos a partir de suas próprias realidades. (pág 31)

Houve um curto período de tempo em que o colégio não era submetido à rigidez e indiferença da Secretaria de Educação e, por isso, os professores tinham maior liberdade em tratar os conteúdos na melhor ordem possível a fim de privilegiar os projetos integrados. Projetos que no futuro seriam tratados como currículo integrado. Diversas

⁶Disponível em <http://conexaoescola.rj.gov.br/acompanhe-os-projetos/2015/09/governo-do-estado-do-rio-lanca-programa-de-educacao-integral?Projeto=11861>

⁷Desenvolvida numa parceria entre a Seeduc e o Instituto Ayrton Senna.

ações foram promovidas no colégio, inclusive tentativas de diálogo com a Seeduc em torno da elaboração de um currículo adequado e a apresentação de uma proposta de currículo integrado para a 1ª série. A resposta da Secretaria foi a criação de uma equipe interna ao órgão, cuja finalidade era a de estudar a grade curricular dessas escolas e colocá-las sob uma mesma ótica, isto é, mesma carga horária, mesma quantidade de disciplinas, etc. Para tal, esses colégios de ensino médio integrado foram chamados a reuniões periódicas e, só então, a Seeduc tomou ciência de como cada unidade trabalhava a própria grade criada por ela. A tentativa frustrada de alinhamento dos colégios foi mais um exemplo equivocado de como tratar essa modalidade de ensino, visto que cada escola tem sua especificidade: o CEJLL é o único da rede que oferece os cursos de roteiro, programação e multimídia; o CE Infante Dom Henrique oferece curso técnico em Hospedagem; o CE Agrícola Almirante Ernani do Amaral Peixoto oferece curso técnico em Agropecuária; o CE Comendador Valentim dos Santos Diniz (o NATA - Núcleo Avançado em Tecnologia de Alimentos) oferece os cursos técnicos de Leite & Derivados e Panificação. Um ano se passou e nenhuma alteração marcante ocorreu, somente a que uniu as disciplinas de Língua Portuguesa, Literatura e Produção Textual como uma única disciplina de 7 tempos semanais e um único professor.

Enfim, com o projeto das calculadoras não foi diferente e demonstra um esforço coletivo para sua execução. Planejado desde o início do ano letivo para o terceiro bimestre, justamente o que contempla o estudo de matrizes e determinantes pelo currículo mínimo, a fim de unir as linguagens, teorias e conteúdos de matemática com as linguagens e práticas de programação. Para o projeto acontecer, de fato, o professor de programação alterou a ordem de seus conteúdos, uma vez que os cursos técnicos produzem sua própria ementa por não terem seus currículos atrelados à Seeduc.

Mesmo com tantos contras, o desempenho dos educandos nas avaliações externas não deixa a desejar, pelo contrário, acaba ultrapassando a média estadual com ampla margem. A tabela a seguir mostra os resultados do desempenho, em matemática, no SAERJ em 2014 e 2015.

Desempenho de Matemática no SAERJ - 2014 e 2015			
Ano	Todas as escolas da rede estadual	Todas as escolas da Metropolitana VI	CEJLL
2014	256,2	250,9	360,0
2015	259,9	256,6	364,0

3.3 A turma 2003

Historicamente as turmas de programação são compostas, majoritariamente, por meninos e, dessa vez não foi diferente. A turma 2003, de 2015, com 36 alunos (5 meninas e 31 meninos) mostrou ser um grupo voltado às atividades práticas, muito perfeccionista e pontual nas entregas. Essa necessidade de unir teoria e prática ficou evidente desde o encerramento do 1º bimestre quando a turma implorou por um projeto que desenvolvesse um jogo. Estava criado o primeiro projeto integrando matemática e programação: um jogo com os conceitos básicos da geometria espacial e da ambientação tridimensional⁸. A partir daí as relações aluno-professor e o desenvolvimento de certas habilidades e competências foram numa crescente até o final do ano. O acompanhamento do desenvolvimento da turma foi uma satisfação pessoal, assim como a alegria dos alunos ao terem uma parceira nessa trajetória.

É interessante ressaltar que muitos desses alunos tomaram coragem e inscreveram e apresentaram seus projetos em concursos de jogos⁹, seminários de educação e tecnologia¹⁰, e, também, em reuniões de profissionais da área de desenvolvimento de jogos¹¹.

A avaliação através de banca, composta por convidados do mercado de trabalho

⁸Maiores detalhes sobre o projeto encontram-se no Capítulo 6, Seção 6.9.

⁹O grupo de alunos criador do jogo *Amazing Cube* inscreveu o projeto na SBGames 2015, no Festival de jogos do evento. O jogo não foi finalista em nenhuma categoria porém o grupo continuou fazendo melhorias no jogo durante o ano e já se comprometeu a enviá-lo novamente para a disputa em 2016. (<http://www.sbgames.org/sbgames2015/#/>)

¹⁰Após o desenvolvimento da calculadora, uma dupla de alunos apresentou o projeto no VI Seminário Mídias e Educação, promovido pelo Colégio Pedro II. (<http://www.cp2.g12.br/blog/sme/>)

¹¹A IGDA Rio (International Game Developers Association) é uma associação profissional sem fins lucrativos dedicada ao aprimoramento das carreiras e vidas dos desenvolvedores de jogos por meio da promoção do contato entre os mesmos, do desenvolvimento profissional e da representação de questões que afetem a comunidade desenvolvedora. (<https://groups.google.com/forum/#!forum/igda-rio>)

e professores do colégio, é uma prática no CEJLL-NAVE. Assim, em todos os projetos em que a matemática esteve presente, os convidados teceram muitos elogios à 2003, tanto na produção técnica quanto na organização da própria apresentação. Apesar de serem alunos da 2ª série do ensino médio, alguns convidados já gostariam de levá-los para o mercado de trabalho imediatamente.

Quanto ao projeto das calculadoras, a turma demonstrou uma tendência ao autodidatismo desde o início do seu desenvolvimento. Mesmo com dificuldades na programação ou em solucionar questões de ordem matemática, como o cálculo de determinantes de matrizes quadradas com ordem superior à 3, procuraram pesquisar em sites especializados com fóruns de discussão, sites de matemática e vídeo-aulas antes de procurar os professores; sempre que um aluno desejava esclarecer algo já trazia a experiência de algumas tentativas e procurava debater possíveis soluções e não buscar uma resposta pronta.

4 O projeto

4.1 Histórico do projeto e mudanças em 2015

A experiência adquirida em lecionar matemática no ensino básico revelou a dificuldade que os alunos possuem ao lidar com abstração, deixando a aprendizagem do campo algébrico com muitas falhas que, por vezes, persistem independente da quantidade de exercícios, revisões e correções propostas. Assim, na tentativa de aproximar a álgebra dos alunos e desenvolver sua capacidade de abstrair, em 2011, as turmas da 2ª série foram desafiadas a apresentar demonstrações de fórmulas de geometria plana em seminários, utilizando Power Point, gif animado ou algum outro recurso tecnológico. O ponto de partida foi a demonstração simples de cada relação métrica no triângulo retângulo. Ao perceberem o raciocínio lógico ali envolvido, os alunos passaram a encarar a álgebra de forma menos assustadora. Assim, já mostravam certa segurança em demonstrações de conteúdos seguintes como, por exemplo, as propriedades operatórias dos logaritmos, fórmulas de PA e PG, entre outras.

Já ambientada com a manipulação algébrica e, tendo em vista a praticidade de uma escola de Ensino Médio Integrado a turma de programação de jogos digitais começou a produzir trabalhos mais coerentes com seu curso técnico, por exemplo, uma calculadora simples de área da superfície e de volume de sólidos. O interesse foi tão bom que novas ideias surgiram como a confecção de um jogo utilizando o círculo trigonométrico (idealizado e desenvolvido por dois alunos) e a calculadora de matrizes e determinantes (idealizado pelos professores e desenvolvido pela turma).

A ideia de desenvolver a calculadora de matrizes ganhou força após uma breve pesquisa na internet e muita conversa com os professores do curso de programação de jogos. Existiam diversas calculadoras gratuitas disponíveis online, que, de fato, só agilizavam os cálculos e não enfatizavam o desenvolvimento. Os professores chegaram a um consenso de que seria muito mais proveitoso que os alunos desenvolvessem suas próprias calculadoras, pois, desta forma, estariam reforçando a teoria das duas disciplinas, retomando conceitos e trabalhando colaborativamente.

Ainda sem saber da eficiência do projeto e sua dificuldade de produção, o projeto levou em consideração que as calculadoras deveriam ter as operações básicas de matrizes e determinantes listadas abaixo:

- Montar uma matriz com qualquer número de linhas e colunas;
- Somar e subtrair duas matrizes;
- Multiplicar uma matriz por um escalar (racional);
- Multiplicar duas matrizes;
- Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 e 3;
- Fazer a oposta e a transposta de uma matriz qualquer;
- Permitir a entrada de números racionais nos elementos da matriz;
- Exibir uma mensagem de erro explicando o motivo caso o cálculo não fosse possível.

Nesse projeto piloto todas as diretrizes e prazos ficaram a cargo dos professores. A avaliação ocorreu de maneira independente para cada disciplina e a produção ocorreu com a orientação do professor de programação, no laboratório, nas aulas dele.

Uma alteração que veio com a reprodução do projeto nos anos seguintes foi a avaliação, de fato, integrada entre os professores das duas disciplinas. Além de contar com um dia para a apresentação dos projetos para uma banca composta por professores do colégio, e, mais tarde, por profissionais da área de programação também.

A produção do projeto, até então, era feita em Windows Forms¹, como mostra a Figura 4.1.

A turma de programação de 2015 sempre mostrou uma sede por produção desde o começo do ano letivo, o que levou à confecção de jogos digitais ao estudarem geometria espacial (prismas) logo no 2º bimestre. Esse interesse acabou demonstrando uma naturalidade no aprendizado de matemática, fazendo com que conteúdos pudessem

¹Windows Forms (WinForms) é uma biblioteca gráfica gratuita que faz parte da Microsoft e provê uma plataforma para desenvolver aplicações para computadores, PC's, laptops e tablets. Trata-se de uma criação de formulários com controles dinâmicos, interface agradável para o usuário e manipulação de dados. Disponível em: [https://msdn.microsoft.com/pt-br/library/dd30h2yb\(v=vs.110\).aspx](https://msdn.microsoft.com/pt-br/library/dd30h2yb(v=vs.110).aspx).



Figura 4.1: Calculadoras confeccionadas em Windows Forms pela turma de programação da 3^a série, em 2012.

ser mais aprofundados no decorrer do ano. Portanto, o projeto das calculadoras de matrizes foi encarado como mais uma oportunidade de trabalhar com o que se gosta, de “colocar a mão na massa”. Por essa característica, o projeto acabou saindo das mãos dos professores e seu escopo foi definido através de acordos entre todos. A turma incorporou alguns desafios e os professores inseriram outros, sempre pontuando suas dificuldades de produção e que certas funções nunca haviam sido colocadas nas calculadoras dos anos anteriores. Dessa forma, as sugestões dos professores para as funções das calculadoras do ano de 2015, foram:

- Realizar todas as operações das versões anteriores;
- Interpretar geometricamente as matrizes de duas linhas e n colunas como vértices de polígonos;
- Calcular as novas coordenadas dos polígonos após uma mudança de escala, translação e rotação em torno da origem do sistema cartesiano;
- Exibir os polígonos no plano cartesiano.

E as sugestões oriundas dos alunos foram:

- Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem até 10;
- Indicar se uma matriz é simétrica;
- Indicar se uma matriz tem inversa;

- Calcular a inversa de uma matriz;
- Montar uma matriz a partir de uma fórmula (digitada pelo usuário).

Além das funções das calculadoras, as definições de prazos de entrega, apresentação, valor, quantidade de pessoas nos grupos, linguagem de programação, tempos de aula necessários, entre outras, foram decididas em comum acordo entre a turma e os professores. A principal novidade em relação aos anos anteriores foi a definição de que o projeto seria desenvolvido nos tempos de aula de matemática, no laboratório.

4.2 Etapas do projeto

O projeto compreendeu algumas etapas básicas: agendamento entre os professores, envolvimento dos alunos, definição do escopo, garantia de recursos, desenvolvimento e acompanhamento, apresentação, avaliação e feedback aos grupos.

- Agendamento: os professores de ambas as disciplinas conversaram no início do ano letivo sobre a disponibilidade de retomar o projeto e acabaram definindo que ocorreria no 3º bimestre e, em grande parte, nos tempos de aula de matemática. A avaliação ficou a critério de cada professor. As calculadoras deveriam ter as mesmas funções das apresentadas em anos anteriores e, durante o ano reuniões continuaram ocorrendo para o alinhamento dos desafios que gostariam de implementar e a análise do que a turma conseguiria entregar.
- Envolvimento: já no 2º bimestre a turma foi avisada que estaria envolvida num projeto integrado entre as disciplinas de programação e matemática. A todo momento os alunos foram levados a refletir sobre o processo de aprendizagem quando se produz algo novo.
- Definição do escopo do projeto e do produto: esta etapa ocorreu de forma bem rápida delimitando diversos pontos importantes ao projeto.
 - Divisão da turma em grupos de até 4 componentes, tendo como configuração final: 7 grupos com 4 componentes, 1 com 3, 2 com 2 e um aluno trabalhou de forma individual.

- Definição do tempo para a pesquisa, o desenvolvimento e a apresentação: a turma informou que 10 tempos de aula (de matemática) seriam suficientes. Para não atrapalhar o desenvolvimento e ter uma margem caso algo alheio ao projeto ocorresse, foram agendados 12 tempos de aula, sendo 2 voltados à apresentação. Na verdade, a produção foi intercalada com as aulas teóricas: teoria às segundas e produção, no laboratório, às terças, visto ser mais fácil a reserva de laboratório neste dia.
 - Garantia de recursos: a turma apontou o melhor laboratório para a produção, visto que nem todos os laboratórios possuem os recursos digitais inerentes ao curso de programação. A garantia veio da reserva do laboratório escolhido junto à orientação pedagógica pelo tempo necessário.
 - Definição do escopo do produto: os professores solicitaram os requisitos mínimos que a calculadora deveria ter, assim como introduziram a novidade do projeto, a representação geométrica. Alguns alunos também colocaram suas propostas e desafios, ao que todos puderam opinar e chegar a uma lista final de funções. Vale ressaltar que os professores estiveram presentes apontando quais desafios poderiam ser difíceis de concretizar mas que estariam dando o apoio necessário à sua realização.
 - Apresentação: prática e simples. De forma sucinta os grupos deveriam apresentar os recursos de suas calculadoras funcionando corretamente. A entrega dos arquivos do projeto seria através do envio por e-mail ou por meio de um link para download.
 - Feedback: uma solicitação da própria turma e ficou agendado para uma aula após a apresentação, fora do tempo estipulado para produção e apresentação.
 - Valor: em comum acordo entre todos ficou definido que a calculadora valeria 2,0 pontos para matemática.
- Desenvolvimento e acompanhamento: o tempo e os recursos foram utilizados conforme combinado anteriormente. A partir da metade do prazo para o encerramento, cada grupo passou a ter reuniões com o professor para detalhamento do andamento de cada calculadora. As prioridades de cada grupo foram reorganizadas, bem como as funções de cada componente da equipe. A cada encontro o grupo informava a porcentagem do projeto já concluído e compartilhava suas incertezas e dúvidas com relação ao conteúdo de matemática. Tais dúvidas às vezes giravam em torno de procedimentos básicos, às vezes de conteúdos que não foram apresentados nas aulas teóricas e, às vezes no tempo de resposta de certas operações. Todas as dúvidas

foram trabalhadas com a mesma relevância e esclarecidas através de um exemplo prático numa folha de caderno, na indicação de um novo teorema para pesquisa ou aplicação da mesma operação no Geogebra.

- Apresentação e avaliação: os grupos apresentaram seus produtos e foram muito honestos na defesa de suas escolhas (layout, língua, mensagem de erro, etc) como nas funções dispostas no escopo do produto que não conseguiram desenvolver. A avaliação levou em consideração todo o processo de desenvolvimento, o engajamento dos componentes do grupo no projeto, as soluções encontradas para minimizar as discordâncias internas, a pesquisa e a aplicação do conteúdo, as funcionalidades corretas propostas em cada calculadora, as mensagens de erro apresentadas, a quantidade de funcionalidades não apresentadas, etc.
- Feedback: foi nessa etapa, extremamente importante, que alguns alunos compreenderam equívocos apresentados em suas calculadoras. Uma conversa mais atenta com o produto de cada equipe em mãos, a correção de alguns conceitos e a troca de ideias entre todos tornou esse momento tão ou mais importante que uma aula em si. Os alunos compreenderam que o acompanhamento do professor se faz necessário, não numa atitude de cobrança, mas como mais um membro da equipe, uma fonte de conhecimento e indicação de caminhos a tomar ou testes a realizar.

Como dito acima, alguns conteúdos foram deixados para pesquisa dos alunos e, outros, trabalhados nas aulas teóricas. Foram 12 tempos de aulas teóricas, incluindo as aulas dedicadas à exercícios e avaliação. Os assuntos abordados nessas aulas correspondem ao currículo mínimo:

3º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Matrizes e Determinantes
Habilidades e Competências	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar e representar os diferentes tipos de matrizes. - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes. - Resolver problemas utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial. - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 e 3.
Campo Geométrico	Geometria espacial: Pirâmides e Cones
Habilidades e Competências	<ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer e nomear pirâmides e cones. - Resolver problemas envolvendo o cálculo de área lateral e área total de pirâmides e cones. - Resolver problemas envolvendo o cálculo do volume de pirâmides e cones.

Figura 4.2: Currículo mínimo de Matemática para o 3º bimestre da 2ª série do ensino médio regular.

Somente a Regra de Sarrus foi apresentada como meio de calcular o determinante da matriz 3×3 . Além do proposto acima, o estudo das transformações lineares em \mathbb{R}^2 foi introduzido. Assim, uma utilidade diferenciada foi apresentada aos alunos e, através dela puderam compreender, geometricamente, o que ocorre ao transladar, ampliar/reduzir ou rotacionar uma figura geométrica utilizando as matrizes como base.

Teoremas como La Place, Cramer e Chió foram deixados como pesquisa, bem como as propriedades dos determinantes. Fato é que com a descoberta dessas aplicações, os alunos começaram a comparar o tempo de resposta dos cálculos efetuados em suas calculadoras. Vale lembrar um episódio em que, um aluno, cismado com o tempo de resolução do determinante de uma matriz 10×10 utilizando o Teorema de La Place (cerca de três minutos), questionou métodos de resolução que fossem mais rápidos pois, nas calculadoras online que utilizava como parâmetro, não demorava tanto. Voltou ao trabalho tendo que pesquisar sobre as propriedades dos determinantes e a Regra de Chió. Quando estava no laboratório pode comparar a velocidade da sua resolução com a do Geogebra e, assim, descobriu mais uma funcionalidade para esse software.

4.3 Desempenho nas avaliações antes e depois do projeto

Antes do projeto a turma foi submetida a uma avaliação discursiva, individual, que abordava somente os conteúdos trabalhados nas aulas teóricas. Após o desenvolvimento do projeto, a turma foi submetida a três avaliações: o Saerjinho (avaliação externa, de múltipla escolha e individual), um teste discursivo (avaliação interna de recuperação do primeiro teste ocorrido antes do projeto, discursiva e em grupo - o mesmo das calculadoras) e a prova integrada (elaborada pela equipe de matemática do colégio, de múltipla escolha e individual). Para esta pesquisa, somente as questões referentes a matrizes e determinantes foram analisadas, visto que a prova do Saerjinho contempla conteúdos do bimestre atual, de bimestres anteriores e, até, de séries anteriores.

No primeiro teste a média das notas da turma foi de 0,8 de 2,5 pontos. Esta avaliação envolvia conceitos básicos das matrizes, operações simples, determinação da inversa de uma matriz e cálculo de determinante de matrizes 3×3 . A recuperação deste teste levou em consideração tanto os conceitos básicos como os que dependiam de pesquisa

para a confecção das calculadoras, como o cálculo do determinante de matrizes 4x4. Após o projeto, a média das notas na recuperação passou para 2,2 pontos, ou seja, uma melhora de 175%.

No Saerjinho do 3º bimestre de 2015 foram apresentadas seis questões acerca do tema. A tabela a seguir fornece o desempenho da turma em cada questão, assim como a habilidade ou competência analisada:

Saerjinho 3º bimestre 2015 - Código C1102		
Questão	Habilidade/competência	Acertos (%)
01	Multiplicar um número real por uma matriz	94
05	Calcular o determinante de uma matriz 3x3	56
09	Calcular o determinante de uma matriz 2x2	56
29	Multiplicar duas matrizes	72
33	Efetuar a subtração de duas matrizes 3x3	75
37	Calcular o determinante de uma matriz 3x3	47

No geral, das 6 questões de matrizes e determinantes propostas no Saerjinho entre as 26 de matemática, a turma teve 67% de aproveitamento.

Na Prova Integrada (PI)² foram propostas quatro questões acerca do tema baseadas nas operações básicas entre matrizes, matriz transposta e linguagem e equação matricial, as quais a turma respondeu com 60% de aproveitamento.

Com esse levantamento fica claro que a turma respondeu bem às avaliações dos conteúdos abordados no projeto. Uma classificação possível para as avaliações colocaria o Saerjinho como a prova mais fácil, seguida da PI, do 1º teste e, por fim, e como avaliação mais difícil, a recuperação desse teste. Como a maioria das avaliações ocorreram após o projeto, tais dados trazem indícios da melhora na qualidade de compreensão de certos

²A PI, *Prova Integrada*, é uma prova institucionalizada, fundamentada no Novo Enem e no ensino médio integrado, promovendo um encontro entre todas as disciplinas. Consta de uma prova objetiva de 90 questões, dividida em dois dias de 45 questões cada. As próprias equipes selecionam as questões que compõem a prova, integrando-as com projetos realizados no bimestre ou contextualizando-as, sempre tendo foco no Novo Enem e vestibulares, como a UERJ.

conteúdos, inclusive os básicos como identificar a ordem de uma matriz ou somar duas matrizes.

Além dessas avaliações práticas, os alunos fizeram uma autoavaliação, por meio de questionário online, sobre sua percepção de aprendizagem dos conteúdos relacionados ao projeto ao seu término. A tabela a seguir fornece um levantamento percentual dessas respostas:

Aprende ou desenvolveu determinado conteúdo	
Conteúdo	Quantidade de alunos (%)
Construir a matriz a partir de uma lei de formação	72
Calcular o determinante de uma matriz 3x3	60
Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem superior à 3x3	68
Identificar quando é possível calcular o determinante de uma matriz	72
Multiplicar duas matrizes	64
Representar uma matriz de 2 linhas e n colunas como polígono no plano cartesiano	60
Aplicar a rotação de um polígono em torno da origem no plano cartesiano	64
Alterar a escala de um polígono no plano cartesiano	68
Reconhecer as propriedades dos determinantes	68
Aplicar as propriedades dos determinantes ao calcular uma matriz inversa	68
Calcular a inversa de uma matriz	64
Identificar se uma matriz possui inversa	64

4.4 As calculadoras

Ao todo foram confeccionadas 11 calculadoras, desenvolvidas em C#, Windows Form, JavaScript e HTML5.

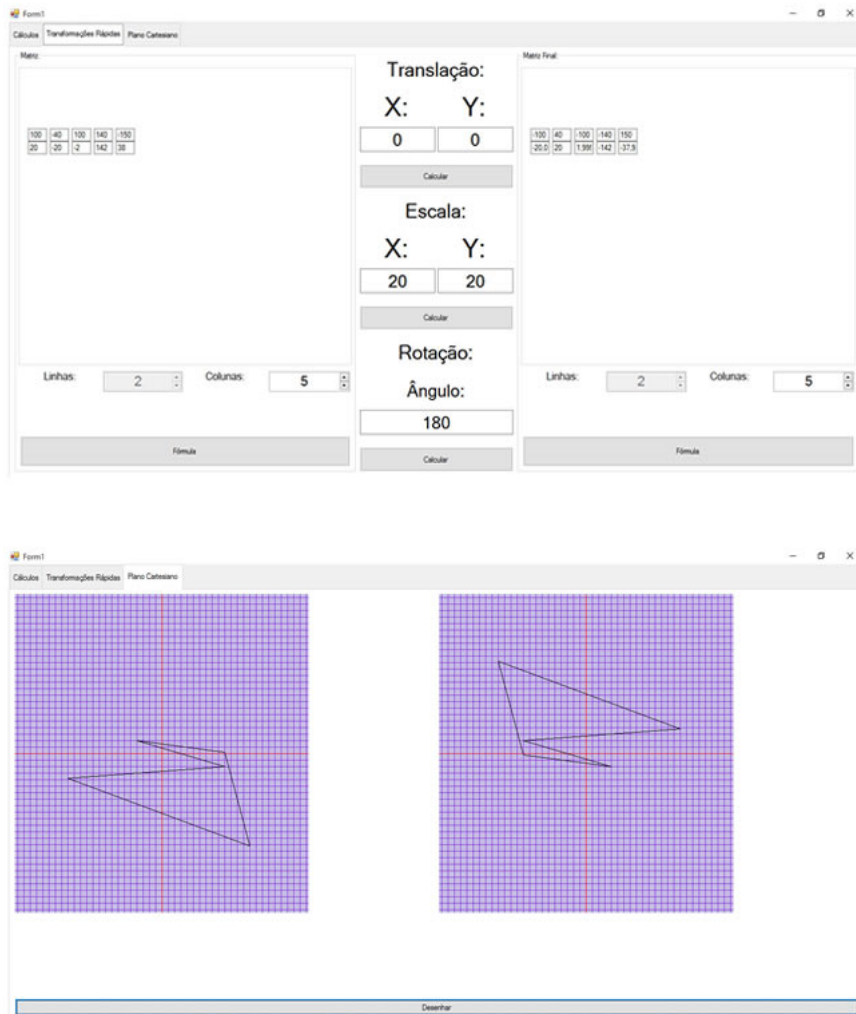


Figura 4.3: Aplicação da escala e da rotação em torno da origem do plano cartesiano, tanto na matriz quanto no sistema de coordenadas cartesianas (grupo A).

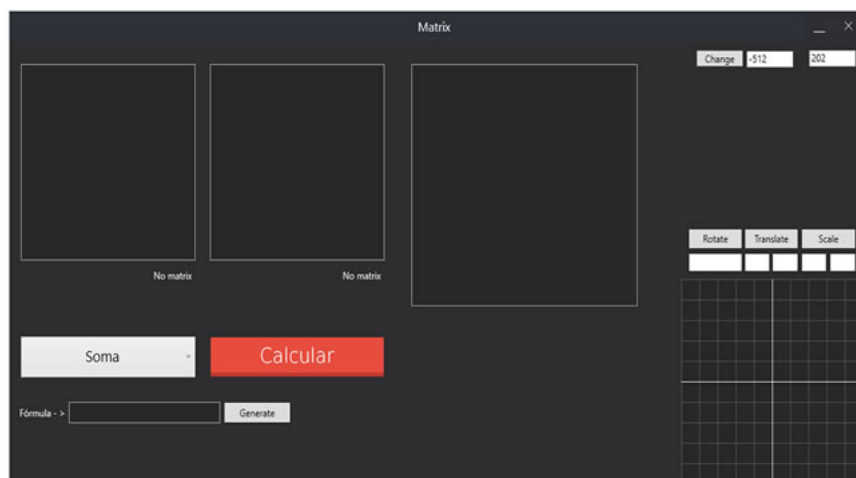


Figura 4.4: Aplicação da função “transposta” na matriz (grupo B).

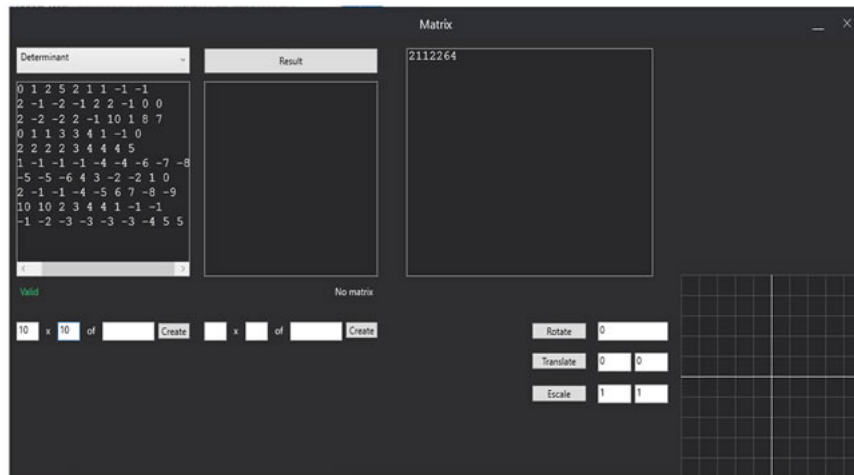


Figura 4.5: Cálculo do determinante de uma matriz 10x10 (grupo C).

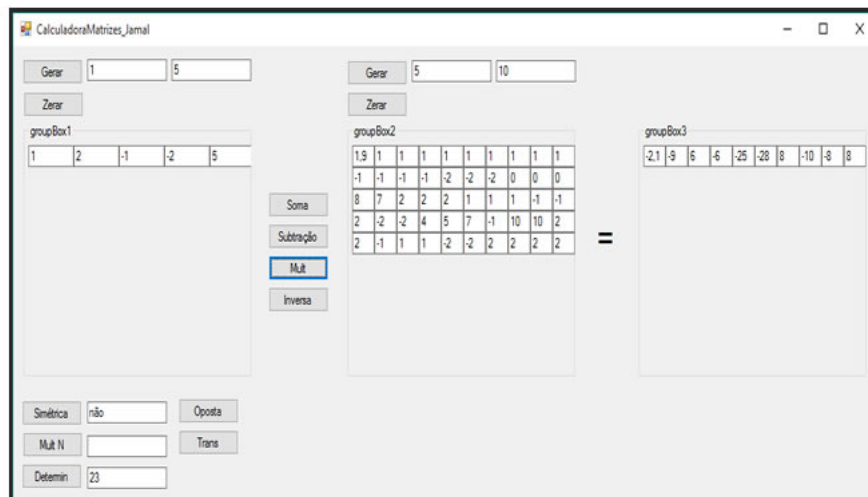


Figura 4.6: Aplicação da função “multiplicação” nas matrizes (grupo D).

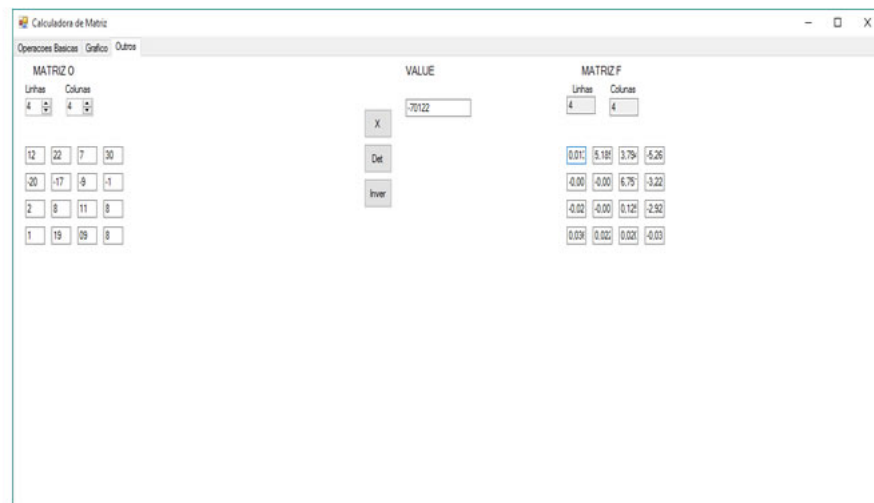


Figura 4.7: Aplicação da função “inversa” na matriz e cálculo de seu determinante (grupo E).

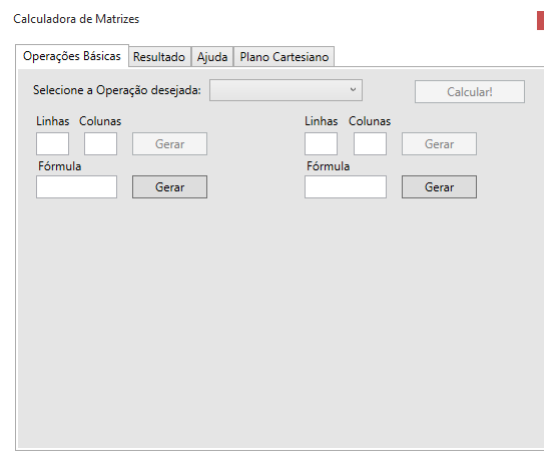


Figura 4.8: Design diferenciado onde a aba Ajuda explica alguns conceitos básicos das matrizes e dos determinantes (grupo F).

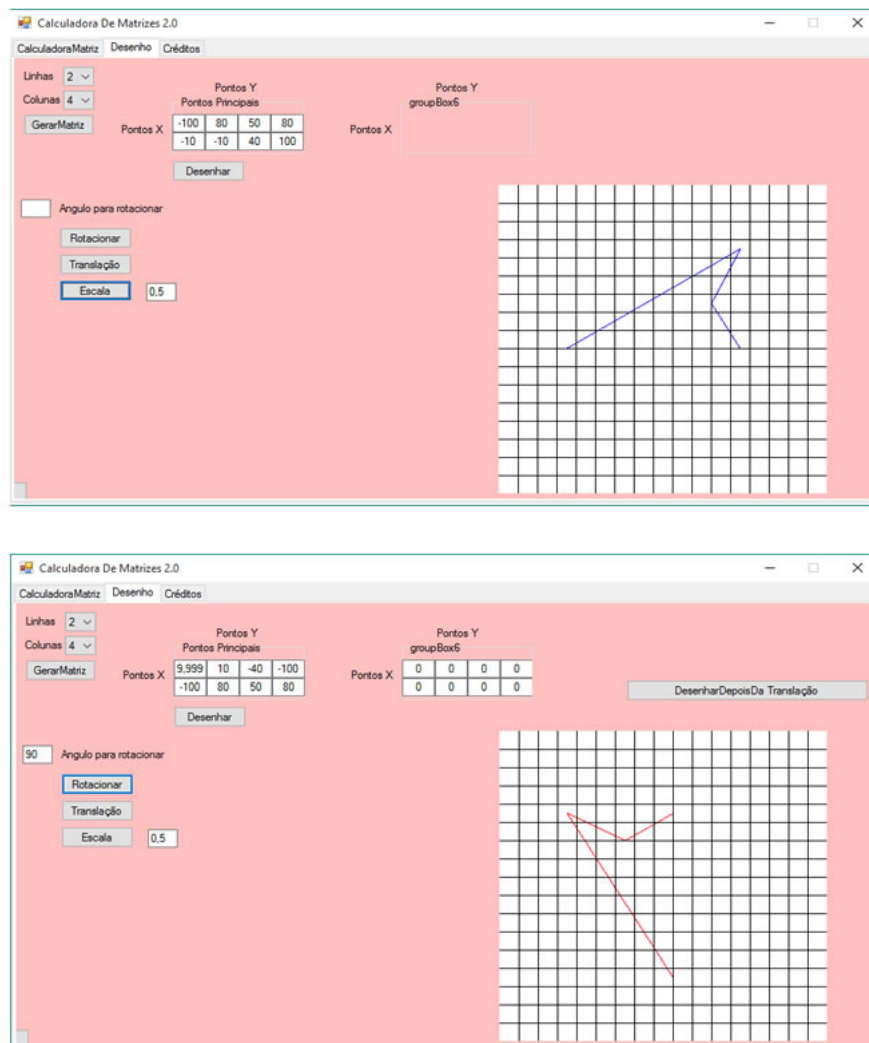


Figura 4.9: Interpretação geométrica da matriz no plano cartesiano e aplicação da função “rotação”, com escolha do ângulo de 90° (grupo G).

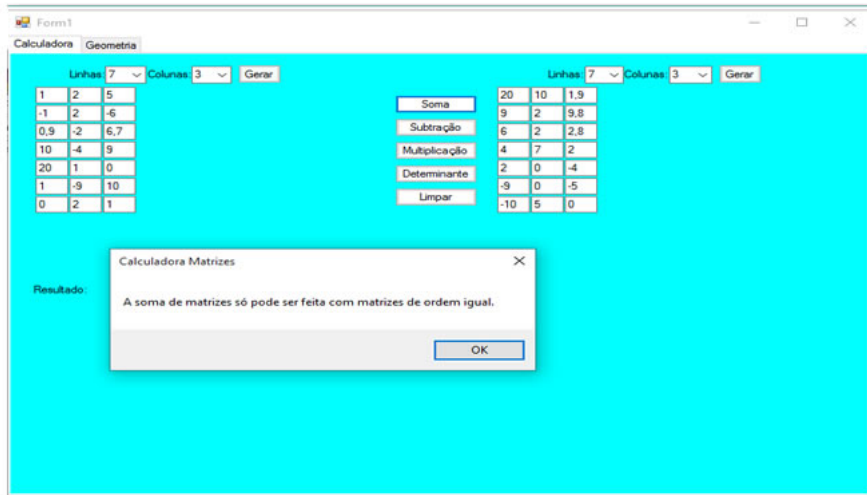


Figura 4.10: Mensagem de erro criada para explicar quando uma operação não pode ser realizada (grupo G). Obs: neste caso a operação “soma” de matrizes era possível e a mensagem de erro estava equivocada.

Calculadora de Matrizes



Figura 4.11: Criação de uma matriz 2x12 através da fórmula $3i+2j$ (grupo I).

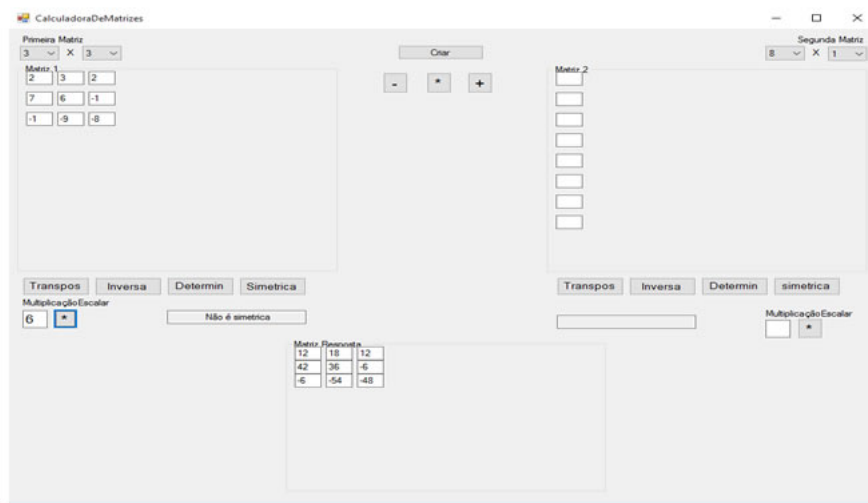


Figura 4.12: Aplicação da função “multiplicação por um escalar” e da verificação da função “inversa” (grupo J).

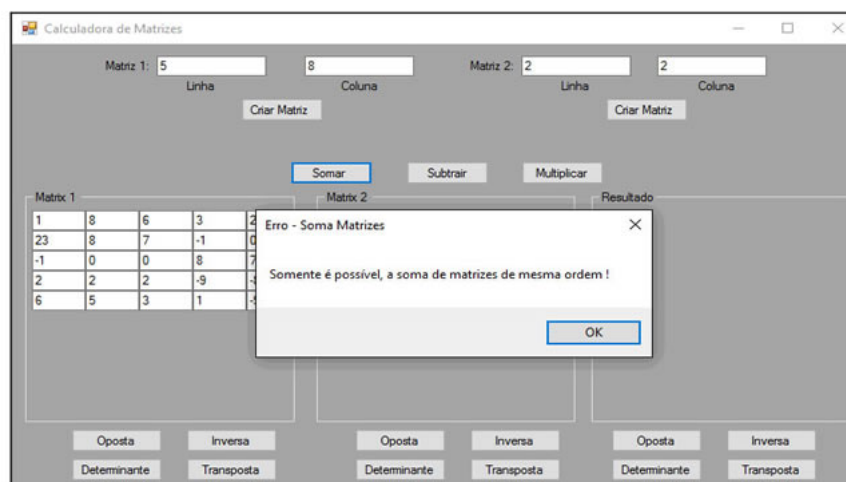


Figura 4.13: Mensagem de erro ao tentar somar matrizes de ordens distintas e multiplicação entre matrizes (grupo K).

5 Considerações finais e desdobramentos

Após tantos anos realizando o projeto é possível destacá-lo como um caso de sucesso da integração de conteúdos, da educação por projetos e das habilidades e competências desenvolvidas nos educandos e (por que não?) nos professores. Tendo participado da primeira edição, em 2011, e já na universidade em 2012, uma ex-aluna voltou animada ao colégio dizendo que a primeira tarefa que seu atual professor havia passado era, exatamente, a confecção de uma calculadora de matrizes. Esse relato veio confirmar as intenções iniciais do projeto e, com essas palavras em mente e por tudo que o CEJLL-NAVE é, a confecção das calculadoras tornou-se constante para as turmas de programação. Em 2012 o conteúdo de matrizes e determinantes passou a fazer parte da terceira série do Ensino Médio e somente em 2014 retornou para a segunda série e se mantém até hoje. Vale ressaltar que em 2014 o projeto não ocorreu, quando o professor da turma, na época, propôs uma nova abordagem para o conteúdo através da elaboração de jogos de tabuleiro.

Depois de ficar 4 anos consecutivos trabalhando somente com as turmas da terceira série, cujo conteúdo de matemática é bem específico e mais favorável às integrações no primeiro semestre quando cabe ao currículo Análise Combinatória, Probabilidade e Estatística, o retorno à segunda série em 2015, e nessa adorável turma 2003, trouxe uma nova energia para os trabalhos integrados. A vontade de produzir de ambos, professor e turma, tornou o ano muito proveitoso e divertido. Esse retorno e a crescente vontade de aprender coisas novas trouxeram ao projeto das calculadoras novos desafios, amadurecimento e comprometimento de ambas as partes.

Uma das consequências mais positivas do projeto neste ano foi o convite para orientar dois alunos a escreverem um artigo sobre suas experiências no decorrer da confecção das calculadoras. O CEJLL-NAVE preza pelo amadurecimento do educando enquanto profissional e cidadão, através de atividades que evidenciem o discurso oral em público, a defesa e argumentação de suas ideias e conceitos, como também estimula a apresentação de seus trabalhos fora do colégio, em seminários ou empresas do ramo de jogos e aplicativos. Assim, esses alunos escreveram o artigo sobre a experiência com o projeto das calculadoras de matrizes e apresentaram no VI Seminário Mídias & Educação

do Colégio Pedro II¹, em novembro de 2015.

Realizar um projeto grande como esse demanda uma mudança comportamental de todos os envolvidos. É preciso um aprofundamento no conteúdo a partir do professor e uma pesquisa sobre o próprio alcance do projeto. É fundamental ouvir dos educandos o que eles esperam aprender, os desafios que almejam se aventurar e, principalmente, elaborar o cronograma e as metas em conjunto. A organização deve estar presente nos dois lados: ao professor cabe a reserva de laboratório, a escolha do que deve ser ensinado e do que deve ser deixado como pesquisa, o preparo das avaliações, o acompanhamento da produção de cada grupo, etc; aos alunos cabem a divisão de tarefas, a pesquisa, o cumprimento dos prazos.

Quando todos enxergam seu papel no projeto, o mesmo passa a ser coletivo. De nada adianta o professor ter uma ideia genial e não acompanhar seu desenvolvimento, observando somente o produto final. Os desafios surgem, exatamente, no processo. Os alunos precisam sentir que o professor está ali como um colaborador, uma fonte de pesquisa, um parceiro na busca por soluções e tomada de decisões. É necessário que esse ambiente seja propício ao desenvolvimento, à exploração e investigação reflexiva, colocando nas mãos dos alunos parte da responsabilidade de sua educação. Segundo Richards (1991 apud Gravina e Santarosa, 1998, pág. 6) “os alunos não se tornam ativos aprendizes por acaso, mas por desafios projetados e estruturados, que visem a exploração e investigação”.

O aprendizado é mútuo quando há comprometimento. As avaliações tradicionais (testes, provas, Saerjinho) ajudam a quantificar a qualidade do trabalho de um bimestre inteiro. O rendimento apresentado nas estatísticas não mostram todas as vertentes desse trabalho, visto que muitos alunos caíram em “pegadinhas” das provas objetivas, inclusive errando coisas simples como a regra de sinais no produto de números inteiros. Tais erros foram minimizados quando a avaliação foi discursiva. Esta envolvia questões com cálculos mais elaborados e, ainda, questões que envolviam conceitos provenientes de teoremas que não foram explicitados nas aulas teóricas, isto é, esse aprendizado veio das pesquisas para a solução de problemas que a calculadora demandava, como a Regra de Chió, por exemplo.

A própria escrita deste trabalho corrobora com a compreensão do projeto em

¹Acesso à revista eletrônica: <http://cp2.g12.br/ojs/index.php/midiaseeducacao/index>.

instâncias mais elevadas, isto é, fazer o levantamento teórico, confrontar com todas as etapas do projeto e parar para refletir se aquela ideia, de cinco anos atrás, era realmente válida, reforça o seu valor pedagógico, traz novos horizontes de implementação de conteúdos, identifica problemas e elenca possíveis soluções e desdobramentos, que, por vezes, aparecem da troca com os próprios alunos.

O projeto teve um ganho incrível quando os alunos participaram de todas as decisões: tempo, linguagem de programação a ser utilizada, valor, funções da calculadora, etc. Eles se apoderaram do trabalho, acreditaram na sua importância e compraram a ideia de que aprenderiam melhor sobre as matrizes e os determinantes passando pelo processo de confecção das calculadoras. Foram eles que introduziram o cálculo da matriz inversa no projeto, parte do conteúdo em que as turmas sempre apresentam bastante dificuldades na resolução. Partiu deles também o cálculo de determinantes de matrizes quadradas de ordem superior à 3, mesmo que nenhuma pista sobre isso tenha sido dada nas aulas teóricas.

A própria introdução da construção gráfica de polígonos no plano cartesiano já é uma consequência de edições anteriores e, de certa forma, uma base para iniciar o estudo de vetores, conteúdo que o currículo mínimo não contempla e que é de fundamental importância para as turmas de programação de jogos. Aulas especiais sobre o tema já foram feitas, com turmas anteriores, a fim de esclarecer produto escalar e vetorial, funções importantes quando se quer programar a visão de um jogador através de um personagem, bem como a visão do cenário que o cerca. Assim, visto que o colégio precisa realinhar o seu currículo para a modalidade de ensino a qual pertence, uma das sugestões é a introdução do estudo de vetores para as turmas de programação de jogos, seja seguido do estudo de matrizes na 2ª série, seja incorporado aos conteúdos da 3ª série. Essa conversa já vem acontecendo há algum tempo no colégio mas, como dito anteriormente, precisa da disposição do professor que assume a turma em dar continuidade à proposta. O estudo de vetores requer um estudo prévio do próprio professor, ele deve analisar, junto com a equipe de professores desse curso técnico, quais conteúdos são indispensáveis, o tempo necessário para tal e, claro, uma utilidade prática, neste caso, uma integração mais do que factível e esperada.

Uma ideia mais simples de ser implementada às funcionalidades das calculadoras é a resolução de sistemas lineares. Dessa forma o projeto não se encerra e continua tendo seu valor pedagógico, talvez já com um amadurecimento das equipes de trabalho,

tanto na compreensão dos conteúdos de matrizes e determinantes quanto no desenvolvimento das competências e habilidades descritas como necessárias aos jovens do século XXI que se preparam para o mercado de trabalho e para a vida fora da escola.

Não se pode falar em introduzir novos conteúdos para as turmas de programação sem retomar a questão do currículo. Os professores do CEJLL precisam se mobilizar na construção de um currículo, de fato, integrado. Alguns riscos devem ser assumidos e, se for bem articulado e fundamentado, esse currículo precisa ser colocado em ação e proposto à Seeduc para regularização burocrática. A Secretaria precisa entender as especificidades das escolas da sua rede e só o fará quando aceitar que cada modalidade de ensino opera de maneira distinta. Não há como comparar modalidades diferentes, nem deixá-las sob a ótica de um mesmo currículo, de uma mesma grade. A mobilização precisa ser interna para que a Secretaria aprecie um currículo diferenciado que atenda às demandas de um colégio de Ensino Médio Integrado com três cursos técnicos complementares e bem diferentes em essência. O próprio Documento Base incentiva essa prática:

(...) insistimos que as instituições não devem esperar que tais condições sejam plenamente atingidas para se construir um projeto político-pedagógico em que se acordem os princípios e as bases do ensino médio integrado à educação profissional, visando, com isso, também à busca de estrutura física e pedagógica para seu desenvolvimento. Por vezes, é o seu desenvolvimento que fundará as bases para a conquista das condições (pág. 55).

A lista de projetos que se encontram no próximo capítulo são exemplos de que uma mudança é necessária. Do jeito que são apresentados, alguns conteúdos tornam-se enfadonhos, enquanto outros, muito mais práticos e contextualizados ficam à margem das especificidades dos cursos técnicos. Por exemplo, a abordagem de matrizes como pontos no plano cartesiano trouxe uma nova perspectiva para uma das turmas de multimídia: os alunos puderam associar uma representação gráfica de algo que, pra eles, era muito abstrato e sem funcionalidade. O Documento Base reforça esse papel dos professores para o EMI quando propõe que a formação destes deve “contemplar três eixos fundamentais: a) conhecimentos específicos de uma área profissional; b) formação didático-político-pedagógica; c) integração entre EPT (educação para o trabalho) e a educação básica” (pág. 35). Assim, é fundamental que os professores da base nacional comum compreendam a importância de seus conteúdos em cada área técnica atuante no colégio, quais assuntos são de maior relevância para cada um, quais são aqueles passíveis de integração ou contextualização.

O Documento também fala que é fundamental a disposição de tempo para as discussões coletivas e, isto, o CEJLL tem.

A pesquisa motivadora deste trabalho encerra-se por aqui. Nas páginas seguintes estão descritos outros projetos de matemática (Capítulo 6) em que participei ativamente no CEJLL-NAVE, assim como a descrição detalhada do colégio (Apêndice A), o artigo dos alunos aceito no seminário do CPII (Apêndice B) e, por fim, uma descrição de algumas ferramentas digitais utilizadas no projeto das calculadoras (Apêndice C).

6 Outros projetos

Trabalhar de maneira integrada com outras disciplinas é um misto de realização pessoal e profissional com muito trabalho. Os projetos em que a Matemática esteve presente, no CEJLL, foram desenvolvidos para ir além da aritmética. São projetos que utilizam seus conteúdos como ferramenta e, até, apreciação artística. Seguem alguns:

6.1 A forma no espaço

Realizado em 2010 com todas as turmas de 2ª série por um bimestre.

Integração entre Matemática e Artes Visuais.

Conteúdos abordados: Geometria plana, Geometria espacial, História da Arte com recorte para o Cubismo.

Em Artes Visuais, a obra de M. C. Escher serviu de motivação inicial como objeto de análise para a observação de composições simétricas de repetição da forma e suas variadas metamorfoses; como também suas construções impossíveis e ilusões de volume para as discussões sobre a representação tridimensional. Em Matemática, a ligação entre as geometrias plana e espacial se deu, também, através das ilusões de ótica de variados artistas e projetistas, em particular dos trabalhos do coletivo e-Boy.

A primeira manipulação das formas tridimensionais planejadas e suas construções, pelos alunos, foram feitas a partir de cubee crafts. Após a observação de imagens e vídeos e da prática de exercícios de manipulação da forma, os alunos tiveram que apresentar personagens tridimensionais criados a partir da leitura de obras cubistas, usando como recurso, a construção de sólidos geométricos.

O projeto envolveu a observação tridimensional, o resgate dos conteúdos da geometria plana e sua ligação com a espacial, a prática do desenho do personagem que o grupo almejava construir, a busca por sólidos que extrapolaram a geometria vinculada ao ensino médio, a construção dos sólidos a partir do desenho geométrico, o registro fotográfico, a edição de vídeo, a apresentação do trabalho e sua exposição para a comunidade



Figura 6.1: Os dois primeiros personagens retratam visões tridimensionais da obra *Maternidade*, de Diego Rivera e, o terceiro, da obra *Pierrot*, de Juan Gris.

escolar.

6.2 Identidades

Realizado em 2012 com a turma de programação de jogos da 3ª série por dois bimestres.

Integração entre Matemática, Filosofia e Sociologia.

Conteúdos abordados: Identidade, Estética, Tipos de pesquisa, Estatística, Tabelas e Gráficos.

A análise crítica da correspondência entre os dados do XII Censo Demográfico a respeito das etnias que constituem o país e sua representatividade em veículos de comunicação foi o princípio de articulação entre os conteúdos. A partir desta análise, foram criadas oportunidades para a compreensão dos processos de construção de identidade, tanto na esfera individual, na relação consigo mesmo e com os outros, tanto na coletiva, na medida em que são construídas relações de identidade entre grupos (inclusive as próprias etnias pesquisadas) e, supostamente, entre os indivíduos de uma nacionalidade.

Os alunos precisaram investigar a representatividade dos dados do Censo em revistas de grande circulação escolhidas por eles, e, por fim, criaram propostas de revistas que refletissem, de fato, a sociedade em que vivemos. O trabalho foi entregue em forma de relatório e a avaliação de forma integrada entre as disciplinas.



CEJLL - Colégio Estadual José Leite Lopes
NAVE - Núcleo Avançado em Educação
3º Ano/2012



2. INFORMAÇÕES GERAIS

Escolhemos para a pesquisa a Revista Veja, ano 45 nº 10, de março de 2012. A Revista Veja é uma revista publicada pela Editora Abril. Sua primeira edição foi em 1968 e hoje é uma das maiores revistas nacionais.

Ela trata de diversos assuntos, como beleza, assuntos referentes ao mundo e esportes. Segundo o livro "Os dez mais", a revista Veja é a revista mais vendida no Brasil, com cerca de 1 milhão de exemplares vendidos por semana.

Os dados que utilizamos para comparar os dados são baseados no CENSO, realizado no ano de 2010. O CENSO é uma pesquisa realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) a cada dez anos. Esta pesquisa visita todos os domicílios brasileiros, aplicando um questionário às pessoas. Depois de coletar todos os dados, o instituto os libera para utilização pública. O objetivo do CENSO é trazer informações sobre a população para o governo, a fim de utilizar esses dados para planejar ações governamentais.

5. RESULTADOS

Vemos nas comparações entre as duas pesquisas, uma diferença muito grande das representações das etnias. Quando comparamos a diferença na representação de mulheres entre brancos e entre pardos é muito grande. Na revista, a grande maioria é de brancos, enquanto no Censo essa maioria possui um valor aproximado ao valor de pardos.

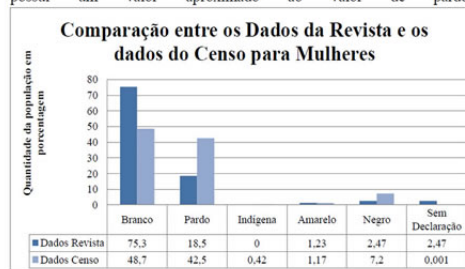


Figura 6.2: Partes do relatório elaborado por um grupo de educandos.

6.3 Pesquisa Étnica Quantitativa

Realizado em 2012 com as turmas de multimídia da 3ª série.

Integração entre Matemática e Sociologia.

Conteúdos abordados: Estatística, Tipos de pesquisa, Tabelas e Gráficos.

A análise crítica da correspondência entre os dados do XII Censo Demográfico (2010) a respeito das etnias que constituem o país e sua representatividade no colégio foi o princípio de articulação entre os conteúdos. As turmas investigaram se o levantamento estatístico acerca da autodeclaração dos alunos das turmas da 1ª série refletiam os dados do Censo através de questionários com perguntas abertas e fechadas.

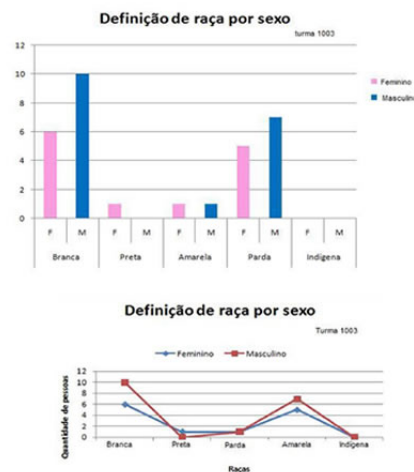
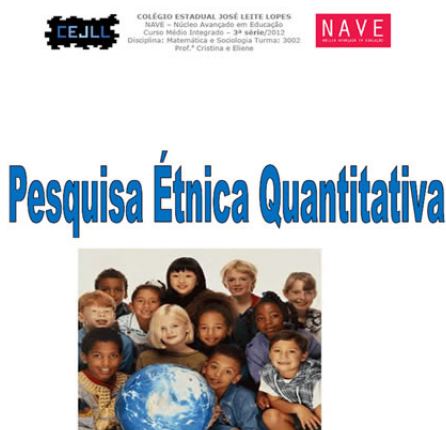


Figura 6.3: Partes do relatório confeccionado por uma das turmas envolvidas no projeto.

6.4 Política -18

Realizado em 2012 com a turma de roteiro da 3ª série por um bimestre.

Integração entre Matemática, Projeto e Produção e, Pesquisa e Análise.

Conteúdos abordados: Pensamento Crítico, Tipos de pesquisa, Elaboração de campanha, Estatística, Tabelas e Gráficos.

Os jovens utilizam seu direito de voto a partir dos 16 anos? Quem são nossos governantes? Quais as características mais marcantes dos políticos brasileiros? Essas foram perguntas motivadoras para discutir política com alunos que estavam prestes a completar 18 anos e passarem a ter a obrigatoriedade do voto. A partir de uma pesquisa com os próprios alunos do colégio, com 16 anos ou mais, a turma 3004 investigou o envolvimento político desses jovens e promoveu uma eleição fictícia, criando a campanha política de três candidatos cujas representações se assemelhavam às qualidades de certos políticos brasileiros.



Figura 6.4: Slides com a apresentação do projeto e resultados da pesquisa.

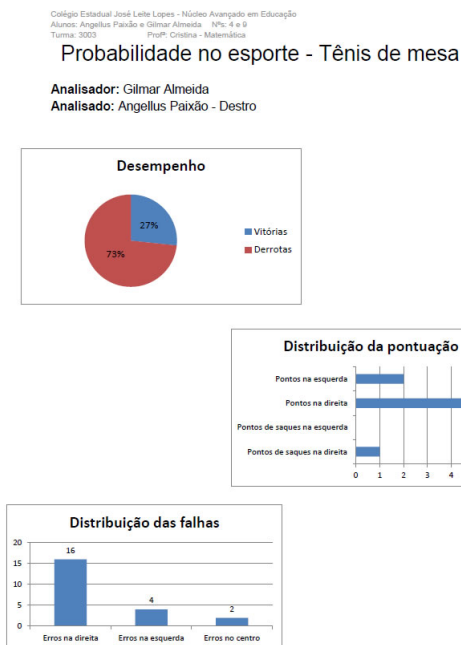
6.5 Tênis de mesa

Realizado em 2013 com a turma de programação de jogos da 3ª série por um bimestre.

Integração entre Matemática e Educação Física.

Conteúdos abordados: Técnicas do Tênis de Mesa, Estatística, Infográficos.

A compreensão da leitura estatística nas competições esportivas tem promovido um novo campo de atuação profissional, que leva em consideração falhas do adversário para elaborar estratégias de vitória. Dessa forma, o projeto lidou com a aprendizagem de um novo esporte, o tênis de mesa, e, atuou, em conjunto com a estatística, no levantamento do desempenho dos alunos da turma nos fundamentos básicos desse esporte. Assim, após o confronto dos dados, a turma presenciou uma partida entre os dois alunos que obtiveram números mais relevantes, apoiados nas estatísticas do adversário, traçaram estratégias que os levassem à vitória.



John Isner	11	Rafael Nadal	1
Age: 29 Height: 208cm Weight: 108 kg Plays: right-handed	Singles ranking United States	Age: 27 Height: 185cm Weight: 85 kg Plays: left-handed	Singles ranking Spain
326 Aces		114 Aces	
70% 1st Serve		71% 1st Serve	
77% 1st Serve Points Won		71% 1st Serve Points Won	
56% 2nd Serve Points Won		55% 2nd Serve Points Won	
301 Service Games Played		463 Service Games Played	
26% 1st Serve Return Points Won		35% 1st Serve Return Points Won	
303 Return Games Played		459 Return Games Played	
50% Total Points Won		55% Total Points Won	
133 Break Points Opportunities		344 Break Points Opportunities	
22% Break Points Converted		47% Break Points Converted	

Disponível em: <http://www.atpworldtour.com/Tennis/Players/Top-Players/Rafael-Nadal.aspx?tmpl>

- Incluindo 2014, o número 1 no ranking da ATP – Association of Tennis Professionals – e o 11º já se enfrentaram quatro vezes, com Rafael Nadal vencendo todos os jogos. Utilizando os dados estatísticos disponíveis no site da ATP sobre o desempenho dos dois atletas, quais são os principais pontos que o treinador de John Isner poderia analisar com maior ênfase para aumentar as chances de vencer um jogo contra Nadal?
 - Maior preparo físico e potência na batida da bola no corte pela direita.
 - Treinar bastante a concretização de pontos oriundos de uma quebra, focar sua estratégia de jogo nos pontos ganhos no 1º serviço e em aces.
 - Aprimorar seu aproveitamento no 2º serviço, maior velocidade de deslocamento e melhorar a qualidade do lób.
 - Maior impulso levando em conta sua envergadura, fortalecer os músculos abdominais e manter uma alimentação balanceada.
 - Total de pontos ganhos, ampliar as oportunidades de quebras de ponto e pontos conquistados no retorno do 1º serviço.
- Embora Nadal seja o 1º no ranking da ATP, a comparação com Isner deixa claro que ele não é o melhor em todas as situações de jogo, como mostra a quantidade de aces feitos por cada um. Avalie cada afirmação a seguir em Verdadeira ou Falsa e marque a alternativa correta:
 - Os aces de Nadal equivalem a 35% dos aces de Isner.
 - As oportunidades de quebra de ponto de Nadal superam as de Isner em, aproximadamente, 62%.
 - A probabilidade de Isner converter em ponto o 2º serviço ou uma possibilidade de quebra de ponto é menor que a de Nadal marcar um ponto no retorno do 1º serviço.
 - São todas verdadeiras.
 - Somente I é verdadeira.
 - I e II são verdadeiras.
 - II e III são verdadeiras.
 - São todas falsas.

Figura 6.5: Na esquerda, um exemplo de relatório feito pelas duplas de alunos. Na direita, a sequência de questões criada pelos professores de Educação Física e Matemática para a PI.

6.6 Calculadora de anagramas

Realizado em 2013 com a turma de programação de jogos da 3ª série por um bimestre.

Integração entre Matemática e Programação.

Conteúdos abordados: Análise Combinatória.

O desafio do projeto foi elaborar uma estratégia lógica que conseguisse contabilizar, sem repetições, os anagramas possíveis de uma palavra qualquer. A princípio a turma foi desafiada a organizar tais anagramas em ordem alfabética também. Por fim, algumas calculadoras contam e apresentam os anagramas, fora de ordem.

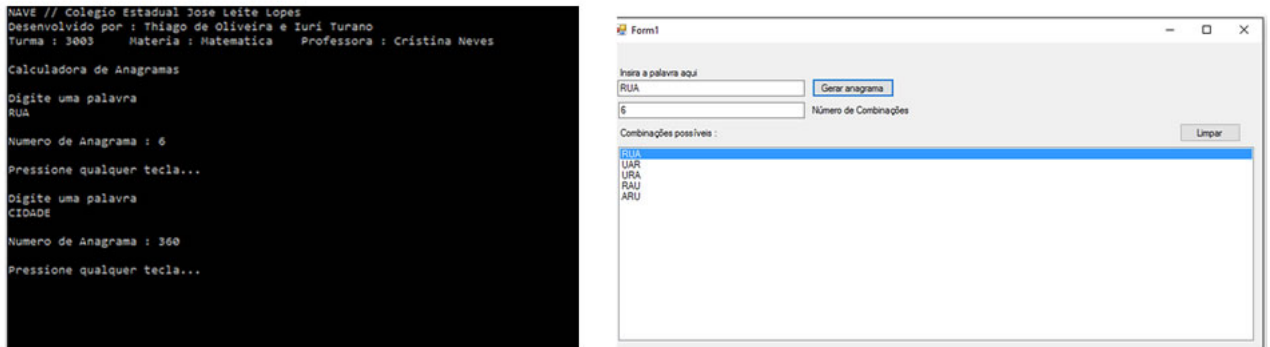


Figura 6.6: Dois exemplos de calculadoras desenvolvidas pelos alunos.

6.7 Programática

Realizado em 2015 com as turmas da 1^a série por três bimestres.

Integração entre Matemática, Cultura de Jogos e Lógica de Programação.

Conteúdos abordados: Funções e Equações.

O projeto, criado em 2012 pelo professor da 1^a série da época, tem por objetivo o resgate de conteúdos de Matemática do ensino fundamental, como, funções, geometria plana, equações, operações com frações, etc. A proposta inicial era a de uma articulação entre um desses conteúdos e uma mídia qualquer, podendo ser um vídeo, uma encenação, um jogo digital ou analógico ou um aplicativo. Em 2015 o projeto integrou os professores de cada turma de 1^a série com os professores de Lógica e Cultura de Jogos, facilitando seu acompanhamento ao longo do ano, desde a ideia inicial até seu fechamento. Desta vez, em comum acordo, os professores decidiram que o produto final deveria ser um jogo digital, com pelo menos uma fase funcionando e que envolvesse um dos seguintes tópicos: funções, equações, frações ou geometria plana. Os alunos tiveram três bimestres para desenvolvimento e apresentaram seus jogos no 4^o bimestre, cuja avaliação substituiu a nota do Saerjinho, que não é aplicado nesse bimestre.

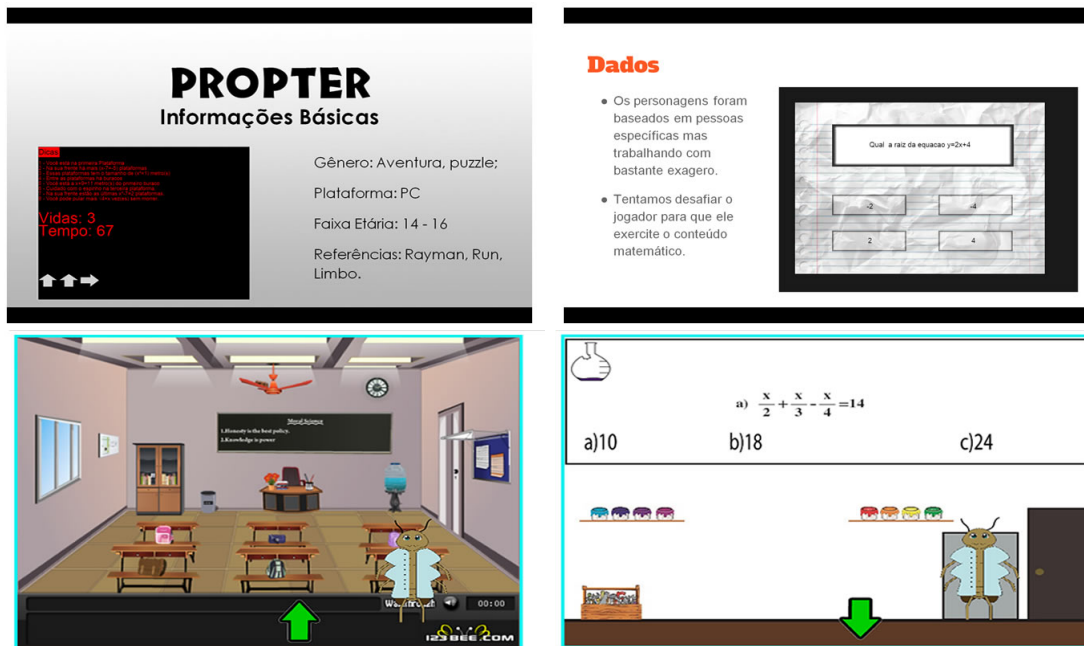


Figura 6.7: Exemplos dos jogos criados e desenvolvidos pelos alunos.

6.8 Blokus 3D - analógico

Realizado em 2015 com uma turma de multimídia da 2ª série por um bimestre.

Elaborado na disciplina de Matemática.

Conteúdos abordados: Geometria Plana, Geometria Espacial, Proporção, Desenho.

O projeto foi pensado, em conjunto com a turma, com o objetivo de estimular a visualização espacial, a representação das projeções ortográficas e a planificações de sólidos, conteúdos indispensáveis aos que almejam ingressar numa graduação de Design, Arquitetura ou afins. A ideia surgiu na turma de Programação e foi acolhida por essa turma de multimídia.

Partindo do jogo analógico Blokus 3D¹, a turma foi dividida em grupos e o reproduziu, numa escala de 1:10, em papel cartão. Houve o acréscimo de mais uma cor no jogo e a confecção e decisão das regras de uma nova base.

O jogo foi exposto no Nave de Portas Abertas de 2015 e a turma pode vivenciar a dificuldade que muitas pessoas tem com localização espacial. Hoje em dia o jogo é utilizado para introduzir os mesmos conceitos nas turmas de 2ª série em que trabalho.

¹Um jogo de tabuleiro europeu, de 2 a 4 jogadores, no qual contrói-se uma estrutura e marcam-se pontos de acordo com as peças aparentes quando se olha por cima do tabuleiro. Suas peças são baseadas nas tradicionais peças do Tetris porém em formato tridimensional.

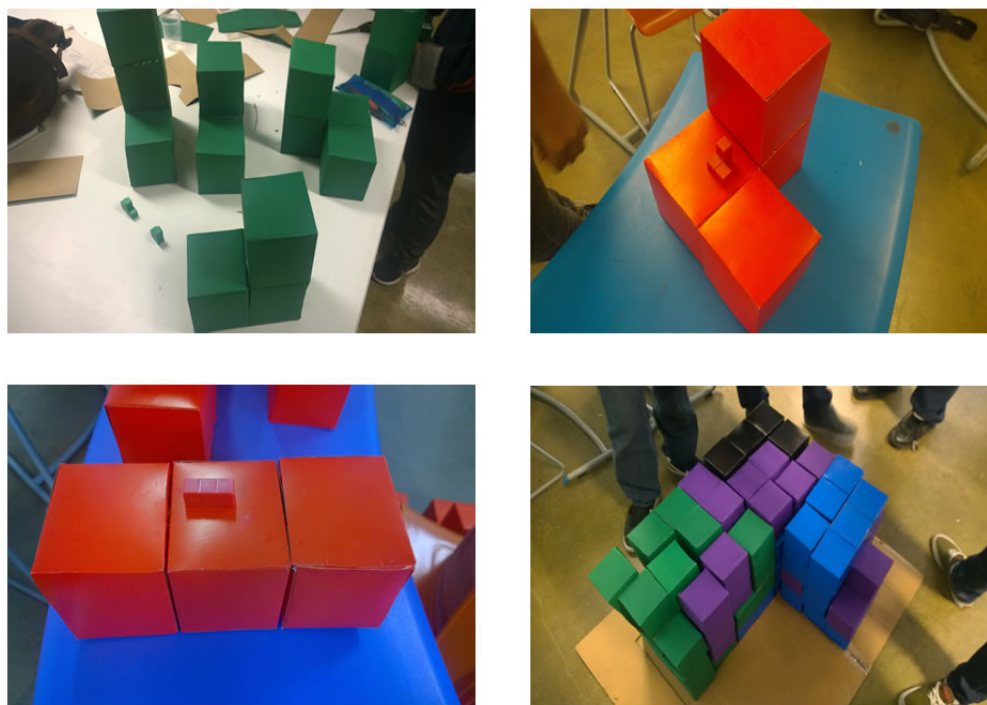


Figura 6.8: Etapas de confecção do jogo e teste das bases e regras.

6.9 Blokus 3D - digital

Realizado em 2015 com a turma de programação de jogos da 2ª série por um bimestre.

Integração entre Matemática e Programação.

Conteúdos abordados: Geometria Plana, Geometria Espacial, Unity 3D.

O projeto foi criado por uma demanda da turma por produção. O insistente convite da turma para construir um jogo foi aceito e, em comum acordo com os alunos, decididos o tema, grupos, prazos, valor, etc.

Baseado no jogo analógico Blokus 3D², a turma teve um mês para criar suas propostas, defender suas ideias, formar seus grupos de trabalho e desenvolver seus projetos, chegando a cinco jogos diferentes em Unity.

Todos deveriam ser ambientados num mundo tridimensional e agregar valor às projeções ortográficas e rotação de câmera.

²Vide nota de rodapé na página anterior.

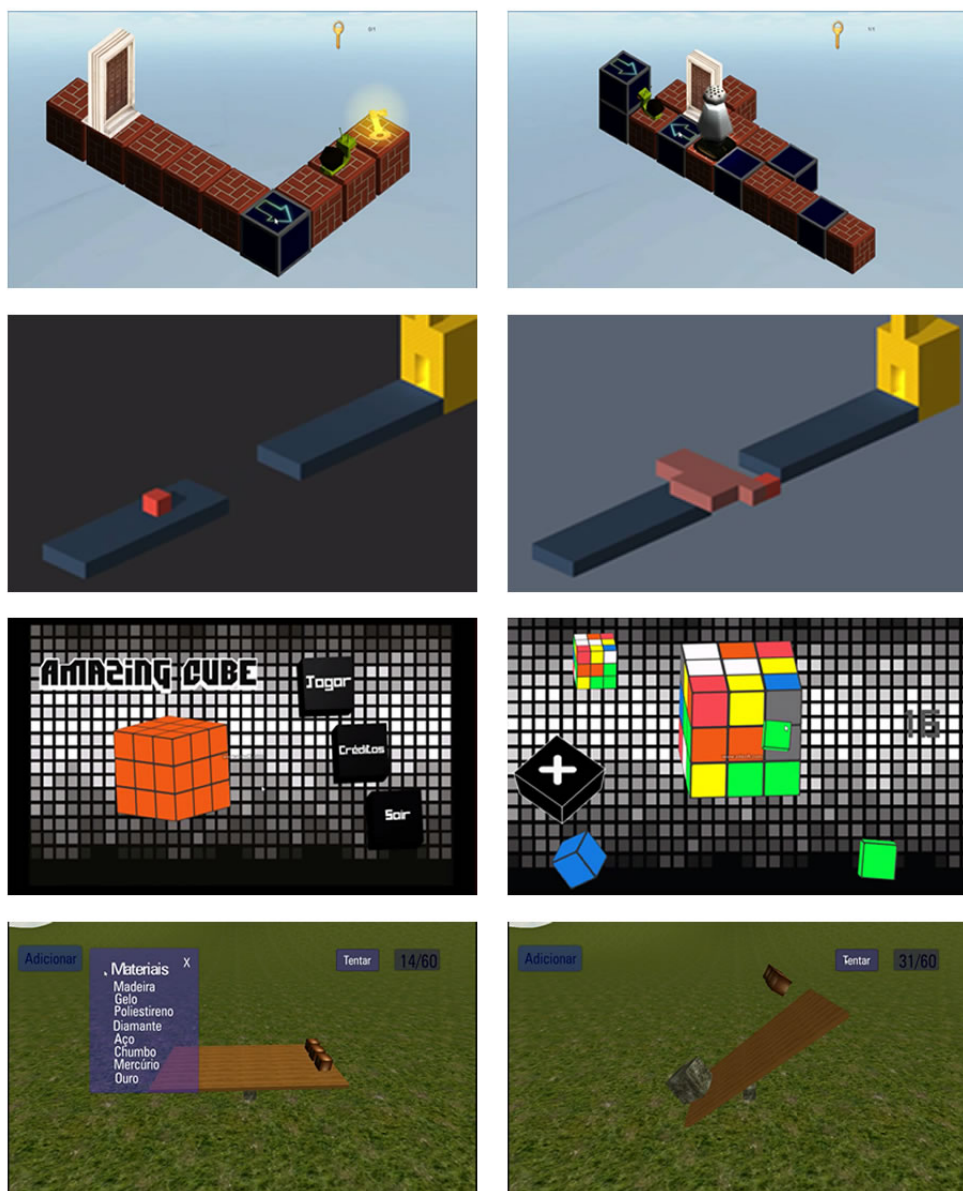


Figura 6.9: Quatro exemplos dos jogos criados pelos alunos.

6.10 Régua de pH

Realizado em 2016 com duas turmas da 2ª série.

Integração entre Matemática e Química.

Conteúdos abordados: Logaritmo, Escala de pH, pOH.

O projeto estimulou a observação das alterações ocorridas em certas substâncias quando mudam de um ambiente neutro para básico ou ácido. O experimento, feito a partir do suco do repolho roxo, colocou em prática os conteúdos inerentes à Química em conjunto com o cálculo do pH e do pOH das substâncias selecionadas pelos alunos, a fim

de estimar o pH dessas soluções e desenvolver, a partir daí, uma régua de pH.

Além do experimento e de seu registro fotográfico, os alunos entregaram um relatório contendo a descrição de todos os procedimentos e a resolução de quatro questões propostas pelas professoras.



Figura 6.10: Registro do experimento realizado por um grupo de alunos.

6.11 Equilibrium

Realizado em 2016 com a turma de programação de jogos digitais da 2ª série.

Integração entre Matemática e Técnicas de Programação de Jogos.

Conteúdos abordados: Geometria Espacial e Unity 3D.

A demanda da turma de 2015 por produção acabou gerando este novo projeto integrado. Inicialmente recebeu o nome de *Equilibrium* pois, na visão dos professores envolvidos, os jogos tenderiam ao empilhamento de sólidos. No decorrer do projeto, as ideias dos professores não foram utilizadas e a turma idealizou e desenvolveu 6 jogos diferentes.

O projeto estimulou a observação e representação das peças do Blokus 3D analógico, criando possibilidades de interpretação das vistas ortográficas e localização espacial. Para o projeto, cada grupo recebeu três vistas ortográficas de três peças distintas. O primeiro desafio foi o de compreendê-las e desenhá-las no papel, seguido de sua construção no Unity 3D. A partir daí cada grupo deveria criar um jogo incorporando estas três peças, criando mais caso necessário.

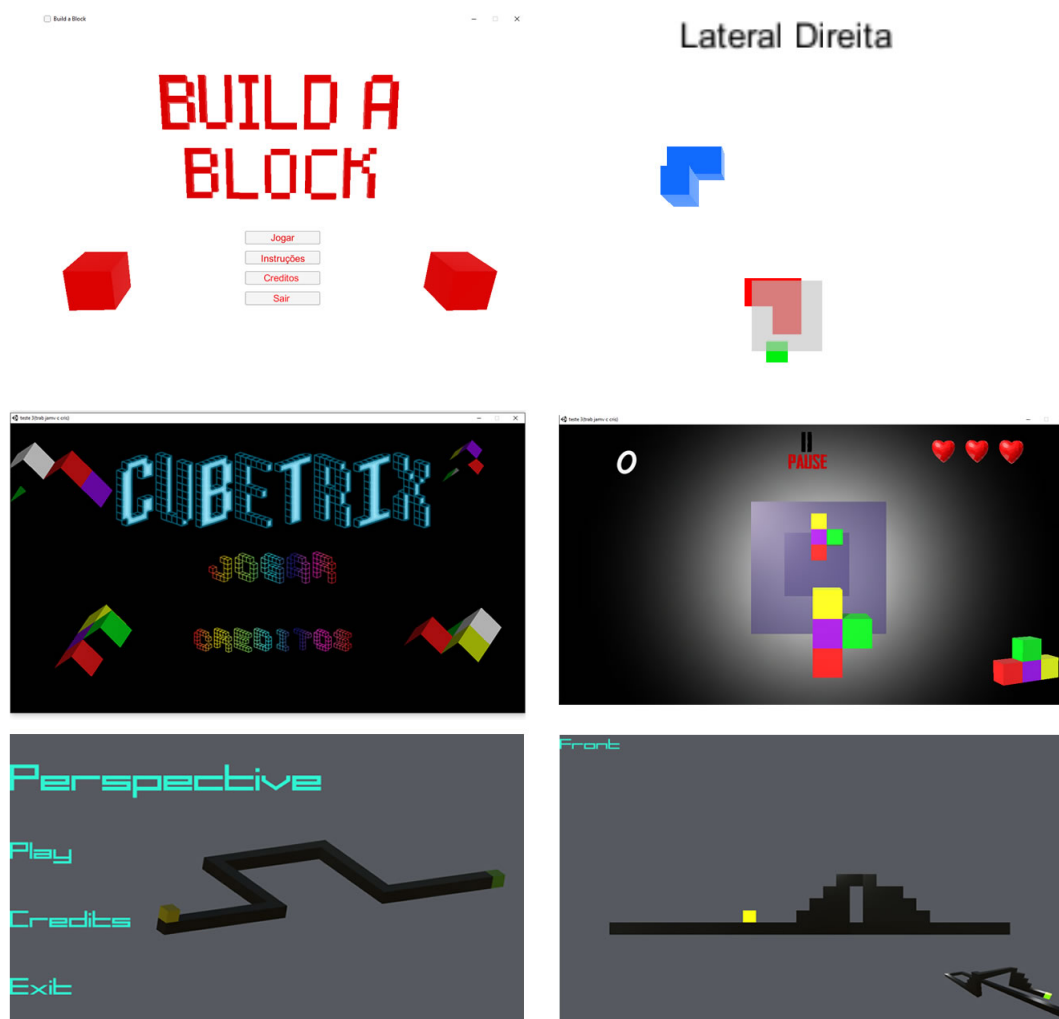


Figura 6.11: Exemplos de jogos criados pela turma 2003 de 2016.

6.12 Estruturas lógicas

Realizado em 2016 com uma turma da 1^a série

Integração entre Matemática e Lógica de programação

Conteúdos abordados: Conjuntos, Conjuntos Numéricos, Intervalos, Funções, Estrutura lógica, Operadores lógicos, Símbolos matemáticos.

O projeto pretendeu unir as estruturas lógicas das duas disciplinas, promover uma integração nas linguagens e um reforço nos conteúdos. A turma foi envolvida numa série de questões práticas, pequenos algoritmos em português, em que deveriam compreender sua estrutura e trabalhar com os valores de saída, identificando, por exemplo, o conjunto imagem de uma função, os pares ordenados para a construção do gráfico de uma função, os intervalos em que a função cresce ou decresce, as raízes de uma função, etc.

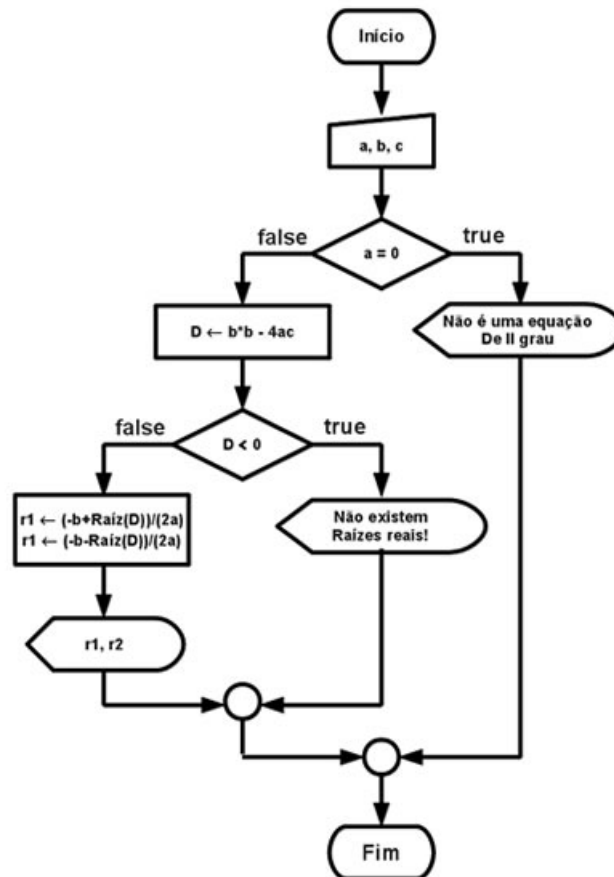


Figura 6.12: Algoritmo da equação do 2º grau trabalhado na integração com Lógica de Programação.

6.13 Programação e análise de questões de logaritmos

Realizado em 2016 com a turma de programação de jogos digitais da 2ª série

Integração entre Matemática e Programação de Jogos

Conteúdos abordados: Logaritmo, Função Logarítmica, Windows Form

O projeto procurou criar uma situação problema para que fosse resolvida através da elaboração de um programa. Os alunos tiveram que retomar os intervalos numéricos e suas interpretações em conjuntos numéricos distintos, relacioná-los com respostas gráficas e tirar conclusões em cima disso. Uma segunda proposta foi a criação de um programa baseado numa questão de vestibular, de função logarítmica, através da qual deveriam plotar seu gráfico e responder uma série de questionamentos.

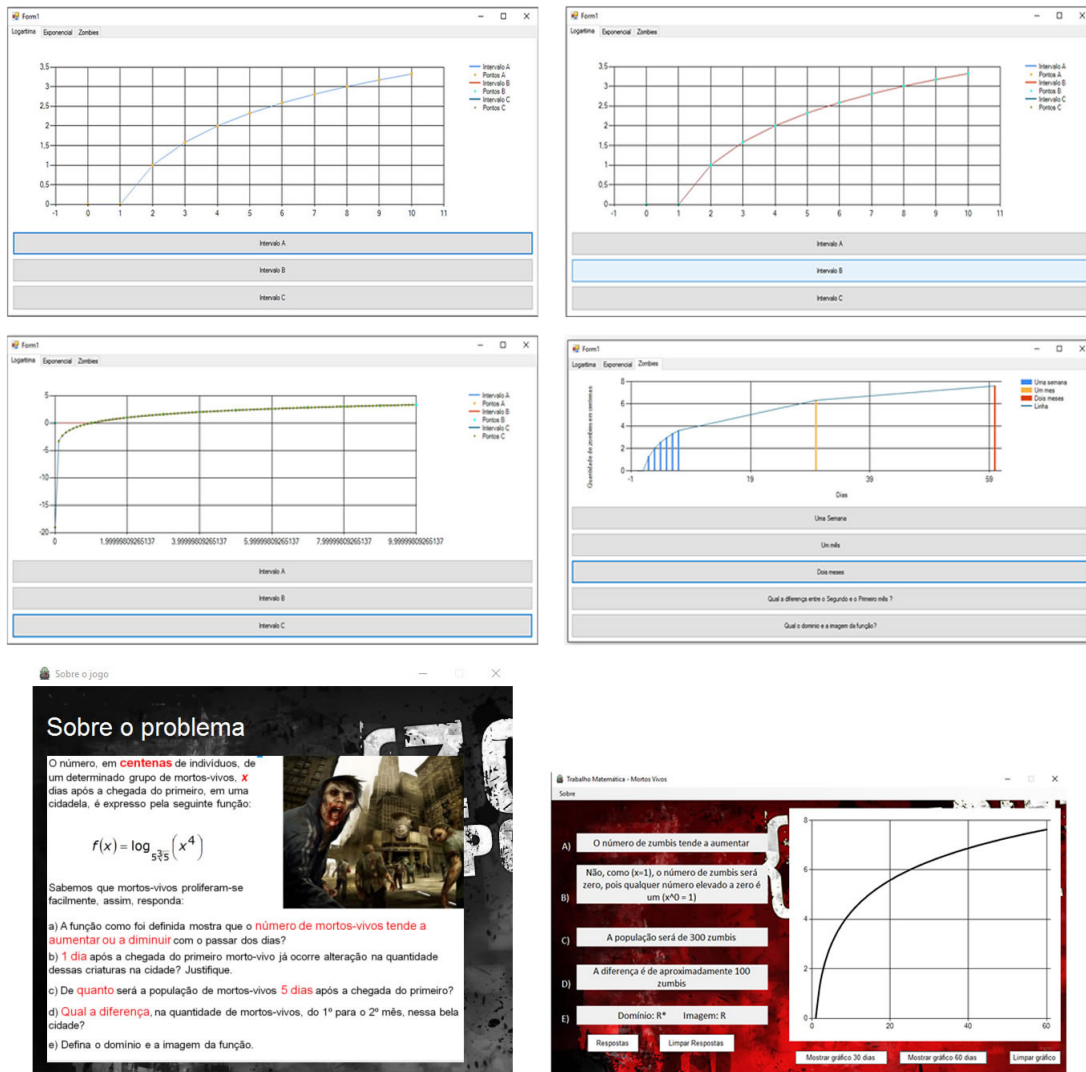


Figura 6.13: As quatro primeiras imagens procuraram resgatar os conteúdos de conjuntos e intervalos numéricos. As duas últimas imagens retratam a adaptação de uma questão do vestibular da UFRJ e a solução criada por um grupo de alunos.

6.14 Movimento Uniforme e Função do 1º grau

Realizado em 2016 com uma das turmas da 1ª série

Integração entre Matemática e Física

Conteúdos abordados: Função do 1º grau, Construção e Análise de Gráficos, Compreensão dos elementos da função no gráfico, Velocidade média, Deslocamento, Módulo de um número, Relação entre a função do 1º grau e a equação do movimento uniforme.

Dada a constatação das dificuldades enfrentadas pelo professor de Física, o projeto surgiu como um reforço na aritmética e, conseqüentemente, na compreensão dos

conteúdos de Física.

Através de uma apostila com resumo de movimento uniforme e exercícios, os alunos fizeram comparações com os estudos da função do 1º grau, na aula de Matemática. Ao todo foram necessários 6 tempos de aula, entre análise profunda dos conteúdos de ambas disciplinas e a realização de uma atividade prática em aula.

Referências Bibliográficas

- [1] Costa, Antonio Carlos Gomes da. Educação, São Paulo, Editora Canção Nova, 2008.
- [2] Costa, Antonio Carlos Gomes da, Costa, Alfredo Carlos Gomes da, Pimentel, Antônio de Pádua Gomes. Educação e Vida: um guia para o adolescente, Belo Horizonte, Modus Faciendi, 2001.
- [3] Gravina, Maria Alice, Santarosa, Lucila Maria. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998.
- [4] Orientações curriculares para o ensino médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.
- [5] Grossi, Esther. Lei de Diretrizes e Bases da Educação: lei 9.364/96, Rio de Janeiro, Editora DP&A, 3ª edição, 2000.
- [6] Educação Profissional e técnica de nível médio integrada ao ensino médio, Documento Base, Ministério da Educação, Brasília, 2007.
- [7] Maltempi, Marcus Vinivius. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à educação. In: Bicudo, M. A., Borba, M. C. (Org.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo, Cortez, 2004. p. 264-282.
- [8] Maltempi, Marcus Vinivius. Novas tecnologias e construção de conhecimento: reflexões e perspectivas. In: Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática - CIBEM, 5, Porto, Portugal. Anais... Porto, Associação de Professores de Matemática de Portugal, 2005.
- [9] Parecer 39 de 2004.
- [10] Diretrizes curriculares para o ensino médio.
- [11] Azevedo, João Luís Antoniazzi de. Trabalhando conceitos matemáticos com tecnologias informáticas por meio da colaboração de projetos de construção civil. Dissertação de mestrado. Rio Claro, 2008.

-
- [12] Moran, José. Integrar tecnologias de forma inovadora, 2013.
- [13] James W. Pellegrino, Margaret L. Hilton. Education for Life and Work: Developing Transferable Knowledge and Skills in the 21st Century. National Academies Press, Washington, D.C., 2012.
- [14] Delors, Jacques; Al-Mufti, In'am; Amagi, Isao; Carneiro, Roberto; Chung, Fay; Geremek, Bronislaw; Gorham, William; Kornhauser, Aleksandra; Manley, Michael; Quero, Padrón Marisela; Savané, Marie-Angélique; Singh, Karan; Stavenhagen, Rodolfo; Suhr, Won Myong; Nanzhao, Zhou. Educação: um tesouro a descobrir. Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI. Cortez, 1998.

A O CEJLL-NAVE

O Colégio Estadual José Leite Lopes funciona num prédio cedido pela Oi, por isso sua entrada não é a usual de uma escola da rede estadual.

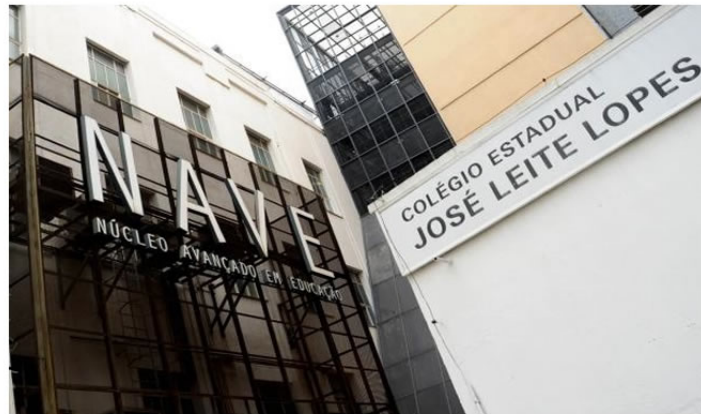


Figura A.1: Fachada do colégio.

Seu nome é uma homenagem ao físico brasileiro José Leite Lopes, cientista de renome internacional. Foi o grande articulador político da fundação do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), instituto que criou juntamente com César Lattes em 1949. Também participou de articulações para fundar a Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN), o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Financiadora de Estudos e Projetos (Finep).

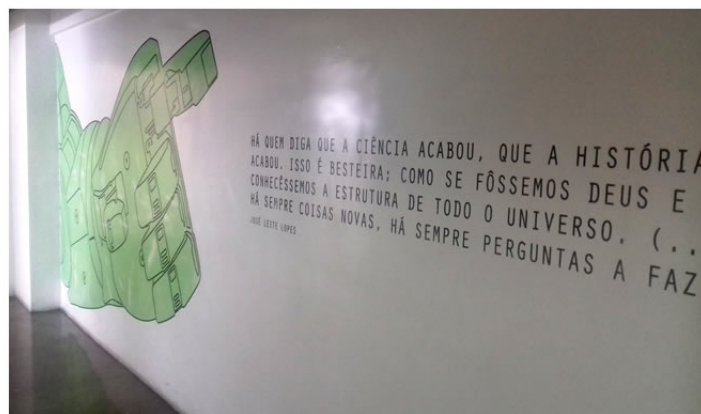


Figura A.2: Citação de Leite Lopes no corredor que leva ao refeitório.

Com uma linguagem visual própria e antenada ao mundo contemporâneo, suas

paredes trazem frases inspiradoras e imagens ligadas à tecnologia.



Figura A.3: O local funciona com um grande ponto de encontro dos alunos.

A divisão dos ambientes foi planejada para incentivar a criação e disseminação de ideias e soluções pedagógicas. No segundo andar estão o auditório, o germinal, a área de convivência, alguns laboratórios e o MDE.

Área de convivência: composta por TV's que apresentam os trabalhos dos alunos, revistas, computadores e vídeo game.

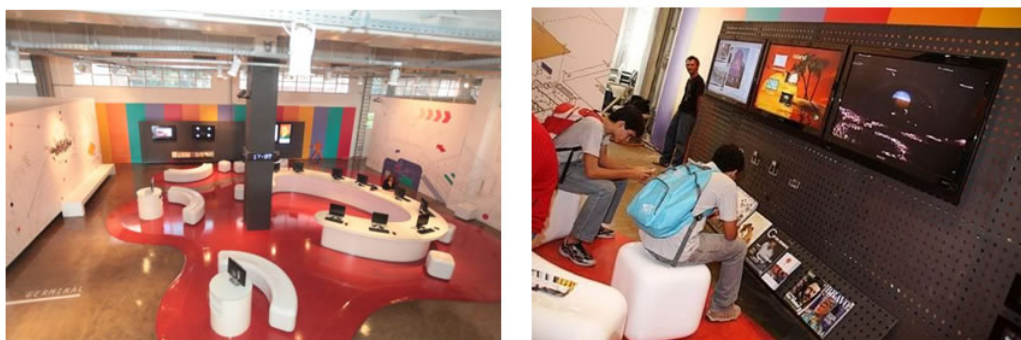


Figura A.4: O local funciona com um grande ponto de encontro dos alunos.

Germinal: composto por uma grande mesa de reuniões, TV, projetores e computadores. Local destinado à troca de ideias e amadurecimento de projetos, reuniões pedagógicas, e, principalmente, à criação e *germinação* das ideias, tanto de alunos quanto de professores.



Figura A.5: O Germinal compõe a área de convivência.

Auditório: composto por projetor, caixas de som, e uma sala de controles (*house mix*). Local destinado aos grandes eventos como apresentação de bandas de alunos e danças, festas, Nave de Portas Abertas, reuniões pedagógicas com todos os docentes, reuniões de pais, informes gerais aos alunos, apresentação de trabalhos dos alunos, entre outros.



Figura A.6: Tem sua linguagem visual remodelada periodicamente, assim como a disposição de seu mobiliário em acordo com o evento.

Sala de aula: composta por quadro branco, quadro digital, computador conectado à internet e projetor. As salas são utilizadas de acordo com algumas disciplinas por isso dispõe, também, de seus respectivos livros didáticos. As mesas originais da inauguração são curvas, o que possibilita a disposição de várias maneiras diferentes, de acordo com o propósito de cada aula e professor.

Atualmente o colégio possui 10 salas com essas mesmas características. Vale

lembrar que uma delas foi destinada à colocação de um tatame para as aulas de Educação Física.



Figura A.7: Mesas e cadeiras seguem o design inovador do colégio.

Laboratório: os equipamentos dos alunos estão dispostos em *ondas* e é composto por TV e projetor, além do computador na mesa do professor.



Figura A.8: Atualmente o CEJLL conta com 6 laboratórios no prédio.

Sala dos professores: uma das maiores salas do prédio. Comporta vários computadores conectados à internet e mesas de trabalho para os professores. Possui murais informando notícias, eventos e reuniões importantes, além de exibir o currículo bimestral de cada disciplina e o mapeamento dos projetos integrados em andamento de cada turma.

Uma das paredes possui um quadro branco destinado aos esboços de atividades integradas e auxílio em reuniões. Numa outra é possível apreciar todos os prêmios recebidos, como o de escola inovadora pela Microsoft e, o de melhor desempenho no ENEM de todas as escolas da rede estadual do Rio de Janeiro.



Figura A.9: Disposição de mesas e computadores na sala dos professores. O local conta, ainda, com armários, quadro magnético (cinza, ao fundo), máquina de café e quadro branco.

MDE: o Departamento de Mídia Educação disponibiliza aos alunos equipamentos de fotografia e filmagem, além de uma ilha de edição, um estúdio de áudio e um de vídeo. Todo ano promove o projeto de monitoria e forma uma equipe de alunos utilizando os próprios eventos do colégio como pretexto da captação das imagens. Atualmente o responsável pelo MDE é um ex aluno do colégio.



Figura A.10: Estúdios e ilha de edição do MDE.

B O Artigo dos alunos

MATRIX CALCULATOR: UMA EXPERIÊNCIA DE APRENDIZAGEM COLABORATIVA NO CURSO DE PROGRAMAÇÃO DE JOGOS DIGITAIS.

Victor Faria Fernandes Cristina Neves dos Santos João Ricardo Freitas Lages

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo compartilhar a experiência vivenciada pelos alunos do segundo ano do ensino médio de um colégio público estadual, do curso de Programação de Jogos Digitais, que teve como foco a integração das disciplinas de Matemática e Programação com o intuito de oportunizar, de modo colaborativo, o aprendizado do conteúdo de matrizes e determinantes. Neste relato de experiência buscamos mostrar a importância do trabalho interdisciplinar e de novas plataformas de desenvolvimento que ampliam o conhecimento do conteúdo estudado. As aprendizagens se deram de forma colaborativa, ativa e significativa integrando os pares na busca por soluções na criação de uma Calculadora de Matrizes.

Palavras-chave

Aprendizagem-colaborativa, Matrizes, Determinantes, Programação.

1. Aprendizagem apoiada em tecnologia

Num colégio onde o quadro digital, o computador e o projetor são tomados como materiais comuns no dia a dia das aulas, como inovar e fazer valer tais materiais? Baseado nessas questões, na filosofia da Educação Interdimensional¹ que rege o Colégio Estadual José Leite Lopes² e, por ser este vinculado ao Ensino Médio Integrado, que o projeto foi desenvolvido. A tecnologia incorporada ao projeto para o estudo de matrizes e determinantes

¹Para COSTA (2008), a Educação Interdimensional deve dar conta da evolução do indivíduo como um todo, a partir das quatro dimensões: o logos (a dimensão da razão), o pathos (a dimensão geradora da simpatia, apatia, antipatia e da empatia na relação do homem consigo mesmo e com os outros), o eros (a dimensão da corporeidade) e o mytho (a dimensão da relação do homem com o bem e o mal).

²CEJLL-NAVE: uma parceria público privada entre a Secretaria Estadual de Educação (RJ) e o

não foi o uso de um aplicativo pronto (objeto de aprendizagem), nem uma calculadora online; o objetivo do projeto foi o de aprender fazendo, colocando a mão na massa (hands on) [2]. Este mesmo autor incentiva que parte do conhecimento, básico para a turma, seja levado pelo professor e outros, necessários ao desenvolvimento do projeto, sejam fruto de pesquisas e trocas entre os alunos e seus grupos de trabalho. Assim, a base dos conceitos acerca do tema foi feita nas aulas teóricas com a professora e os outros, incluindo o aprofundamento de certos teoremas, surgiram da pesquisa dos alunos conforme a demanda de seus projetos. Nesse sentido, o desenvolvimento da calculadora articulou os quatro pilares da educação apresentados no Relatório[4], o aprender a conhecer (quando o aluno busca e compreende novos conteúdos relevantes ao projeto), o aprender a fazer (quando ele age sobre o meio em que está inserido), o aprender a viver juntos (ao participar e cooperar com os outros) e, o aprender a ser (via essencial que integra as três precedentes). Para [3], “as metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos”, isto é, o ambiente deve ser favorável à criatividade, à tomada de decisões, ao levantamento de hipóteses e à análise dos erros. Precisamos relatar que todas as partes do projeto foram definidas horizontalmente, isto é: cronograma, linguagem de programação a ser usada, divisão dos grupos de trabalho, definição das operações que a calculadora deveria ter e as datas de apresentação e entrega final, foram definidas em comum acordo entre os professores e a turma. Neste sentido, colocamos em prática as sugestões das Orientações curriculares para o Ensino Médio ao procurar o trabalho por projetos, a integração de conteúdos e o uso das tecnologias que façam sentido para o grupo. Assim, o papel dos professores foi o de promover um ambiente favorável às pesquisas e desenvolvimento do projeto, colocando-se à disposição como fonte e articulador de conteúdos.

2. Definindo metas... traçando os caminhos da criação.

No início do processo de criação, os alunos ficaram relutantes quanto a sua capacidade e conhecimento para a confecção de uma calculadora de matrizes com cálculos muito complexos. Mas, com o devido incentivo dos professores engajados no projeto, o mesmo teve início. O primeiro dia se deu para a definição de metas. O que nós queríamos no produto final? A turma deu as ideias de cálculos que a calculadora deveria fazer, porém

Instituto Oi Futuro. Compreende o colégio estadual na oferta de três cursos técnicos (programação de jogos digitais, roteiro para novas mídias e multimídia), um centro de pesquisa e inovação e, um núcleo de disseminação das pesquisas e das práticas pedagógicas.

sem muito conhecimento do tema, as sugestões foram bem desafiadoras, ultrapassando o que era realmente possível para nós executarmos naquele primeiro momento. O escopo do projeto cresceu de maneira exponencial, mesmo com os alertas da professora de que estávamos traçando um objetivo muito difícil, nos mantivemos fortes no propósito de fazer a calculadora da maneira como havíamos pensado inicialmente. Os grupos de trabalho formados por até quatro integrantes, revezaram diferentes papéis como, por exemplo: gerente de projeto, designer e programador lógico.

3. Processo de Criação

Com o início das aulas de produção, tivemos um primeiro susto com o nível de dificuldade dos cálculos que deveriam ser feitos. Além disso, a plataforma de desenvolvimento que utilizamos não tinha suporte para algumas funcionalidades da nossa calculadora, como o “display” de polígonos no plano cartesiano. Com isso, uma intensa pesquisa de conteúdo foi feita com o objetivo de contornar os problemas encontrados, o que aprofundou os nossos conhecimentos tanto em programação quanto em matemática. Nem todos os conteúdos necessários para confecção da calculadora foram dados em sala de aula logo, a pesquisa foi imensamente necessária para a finalização do projeto. A principal fonte de pesquisa foi a Internet, em sites como “Brasil Escola” e “Khan Academy”³.

A turma começou a sentir dificuldade com a criação da calculadora. Foi então, nesse ponto do projeto que algo interessante aconteceu, na dificuldade a cooperação entre os grupos foi mais latente. Todos os alunos se ajudaram, se tornou visível um laço cada vez mais forte entre a turma. Mesmo as pessoas de grupos diferentes ajudaram as que demandavam mais ajuda sem pedir nada em troca, nem se gabar. O laço de cooperação criado entre a turma foi em si o maior ganho desse projeto.

Quanto aos conteúdos de programação, parte dos alunos teve contato com diferentes ferramentas de desenvolvimento, saindo da sua zona de conforto e explorando novos horizontes. No decorrer do processo de criação, tivemos uma intensa supervisão dos professores que tiravam dúvidas e acompanhavam o processo, pedindo feedback do mesmo. Faltando uma semana para a finalização do projeto alguns grupos possuíam noventa e nove por cento da

³Khan Academy (www.khanacademy.org), um site que oferece exercícios, vídeos de instrução e um painel de aprendizado personalizado que habilita os estudantes a aprender no seu próprio ritmo dentro e fora da sala de aula. Tem parceria com instituições como a NASA, o Museu de Arte Moderna, a Academia de Ciências da Califórnia e o MIT para oferecer conteúdo especializado.

calculadora pronta, enquanto outros apenas vinte por cento, uma informação contrastante com relação ao tempo de produção que foi o mesmo para ambos.

4. Conclusão

Na finalização das calculadoras, apenas três estavam completas e as outras estavam em desenvolvimento. Apesar disso, grande parte dos alunos envolvidos no processo conseguiu fixar os conteúdos relacionados a matrizes e determinantes. Um desses indicadores é a melhora do aproveitamento da turma nas avaliações propostas pela professora após o projeto em, aproximadamente, cento e setenta e cinco por cento⁴, reforçando seu objetivo principal: a aprendizagem significativa. No conteúdo de sistemas lineares, subsequente ao de matrizes e determinantes, a turma mostrou bastante facilidade na compreensão levando a professora nos motivar a aproveitar os cálculos já programados na calculadora para implementar a resolução automática dos sistemas, o que, com certeza, será levado em consideração para revisões futuras.

Graças ao sucesso obtido com o projeto, os alunos se sentiram entusiasmados a fazer mais trabalhos integrados com matemática. A curiosidade e a sede por conhecimento foram afloradas nesse projeto que apesar de não ter seus produtos finais cem por cento perfeitos, tem profissionais cem por cento melhores do que antes. Pode se considerar que conseguimos alcançar uma melhor relação interpessoal, expansão dos nossos conhecimentos relacionados à programação e ambientes de desenvolvimento de novas tecnologias e criar um produto que pode não só nos ajudar, mas ajudar outros alunos a entenderem melhor a matéria e não desistir quando os problemas surgirem.

Todas essas sinalizações vem de encontro a [1] e o desenvolvimento de todas as dimensões do indivíduo. Embora o projeto tenha focado nos conteúdos de matemática, uma disciplina tida como difícil e lógica, extremamente ligada à dimensão da razão, *o logos* também gerou oportunidade de trabalhar, de fato, as outras dimensões, tornando o projeto um exemplo prático da Educação Interdimensional aliada aos quatro pilares da educação, aprendizagem através de projetos e integração curricular. No fim, o aprendizado não foi só o de matemática.

⁴Dados obtidos com a professora. A média da turma subiu de 0,8 para 2,2 pontos (em 2,5 pontos) após o projeto.

5. REFERÊNCIAS

- [1]COSTA, Antonio Carlos Gomes. Educação - Uma perspectiva para o século XXI. Editora Canção Nova: São Paulo, 2008.
- [2]MALTEMPI, Marcus Vinicius. Novas tecnologias e construção de conhecimento: reflexões e perspectivas. Disponível em <http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/Publicacao/Maltempi-cibem.pdf>. Acesso: 30 out. 2015.
- [3]MORAN, José Manuel (2015). Mudando a educação com tecnologias ativas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens. Ponta Grossa, 2015. v. 2, p. 15-33, 2015.
- [4]EDUCAÇÃO UM TESOURO A DESCOBRIR. Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI. 1996. Disponível em http://dhnet.org.br/dados/relatorios/a_pdf/r_unesco_educ_tesouro_descobrir.pdf. Acesso em: 30 out. 2015.

C Ferramentas digitais

C.1 Google Drive

É um serviço de disco virtual do Google que permite o armazenamento e o compartilhamento de arquivos na nuvem. Tais arquivos podem ser somente compartilhados e até editados colaborativamente, criados na própria rede no formato de texto, planilha eletrônica, apresentação em slides, entre outros. No projeto foram utilizadas planilhas para a divisão dos grupos, acompanhamento da produção e definição do escopo das calculadoras.

The figure consists of two screenshots of a Google Sheets spreadsheet titled 'Calculadora 4 - Chocolate se chorar!'. The top screenshot shows a table with the following data:

Equipes	Integrantes	Prog	Gt	Total
1	Emanuel Lucas Miller, Matheus Oliveira, Yago	7	1	3,1
2	Lucas Gutierrez // Nicolas Bezerra // Vinicius Apolinário	7	0	2,1
3	Daniel Cavalli, João Ricardo, Mateus Amaral e Mauricio Leonardo	10	1	4
4	Gabriel, Milena, Fabiel, Talita	8	0	2,4
5	Daniel Oliveira, Luis Paulo Braga, Matheus Souza, Thais Dora	6	0	1,8
6	Nicole, Victor, Thiago Moraes, Matheus Avellar	10	1	4
7	Isaque, Luz Roberto, Thiago Arena, Daniel Kopp	6	1	2,8
8	Thiago Prado // Thiago Torres	8	1	3,4
9	Erick Tinoco	8	0	2,4
10	Filipe, José, Cadu, Leonardo	7	1	3,1
11	Patrick Pissano // Bruno Ferreira	10	1	4

The bottom screenshot shows a list of tasks for the calculator project:

1	escolha da ordem de cada matriz	escolha do número de linhas e colunas de cada matriz (entre de 10x10)
2	a entrada é de números reais	
3	exibir a matriz oposta	
4	exibir a matriz transposta	
5	identificar se a matriz é simétrica	
6	efetuar a soma de duas matrizes	
7	efetuar a diferença entre duas matrizes	
8	efetuar a multiplicação de uma matriz por um escalar (\mathbb{R} real)	
9	efetuar a multiplicação entre duas matrizes (sinalizar quando não for possível)	
10	calcular o determinante de matrizes quadradas	
11	exibir a inversa de uma matriz	
12	efetuar a rotação em π graus em determinado polígono	transformações lineares em \mathbb{R}^2
13	efetuar a translação em torno de um eixo em determinado polígono	
14	alterar a escala de determinado polígono	
15	exibir as transformações lineares	

Figura C.1: Divisão dos grupos, avaliação de programação e escopo das calculadoras num arquivo online compartilhado entre todos os alunos da turma e os dois professores.

C.2 Github

É um serviço de hospedagem gratuito para projetos que utilizam o controle de versão Git - um sistema de controle de versão cuja finalidade é gerenciar as diferentes versões de um documento. Dispõe de uma rede social que possibilita que outros usuários e desenvolvedores acompanhem as versões de um projeto, incluam comentários e sugestões, entre outras atividades. Alguns grupos compartilharam o endereço de seus projetos no Github como forma de entrega de suas calculadoras.

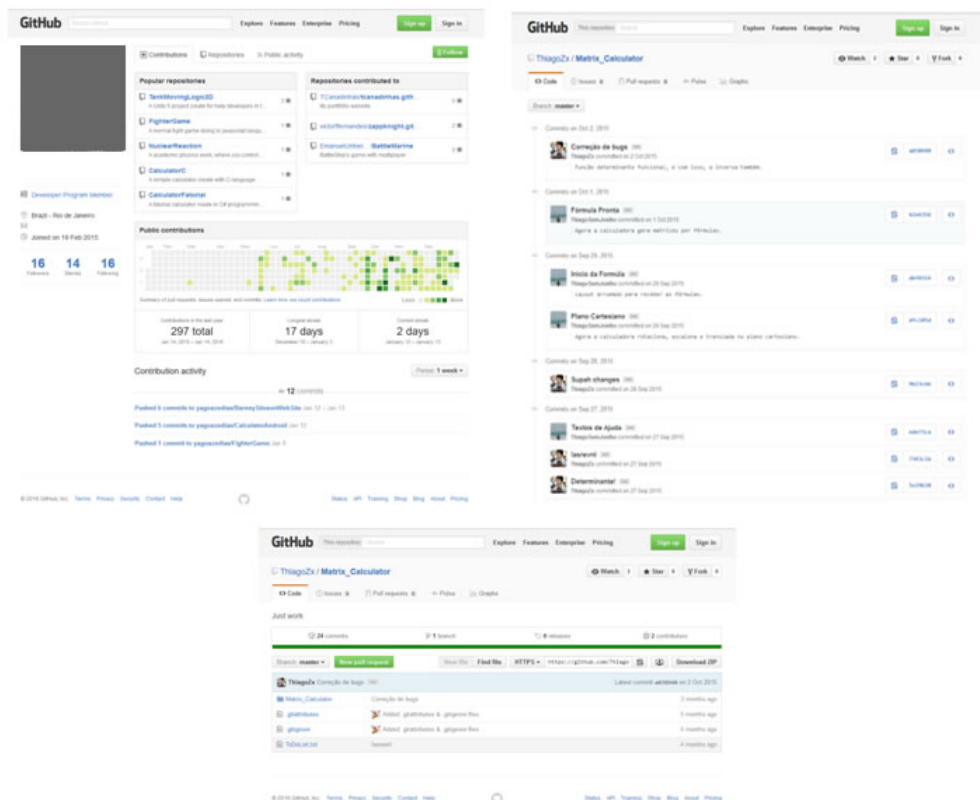


Figura C.2: Página de um aluno no Github.

C.3 Geogebra

É um software dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que une geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculos num pacote de fácil manuseio. No projeto o Geogebra apareceu como um software de comparação do tempo de resolução de algumas operações entre matrizes, assim como toda a teoria que envolve as transformações lineares. Os alunos aprenderam que o software não é só para fazer gráficos de funções e, ainda, que é possível utilizar programação orientada a objetos.

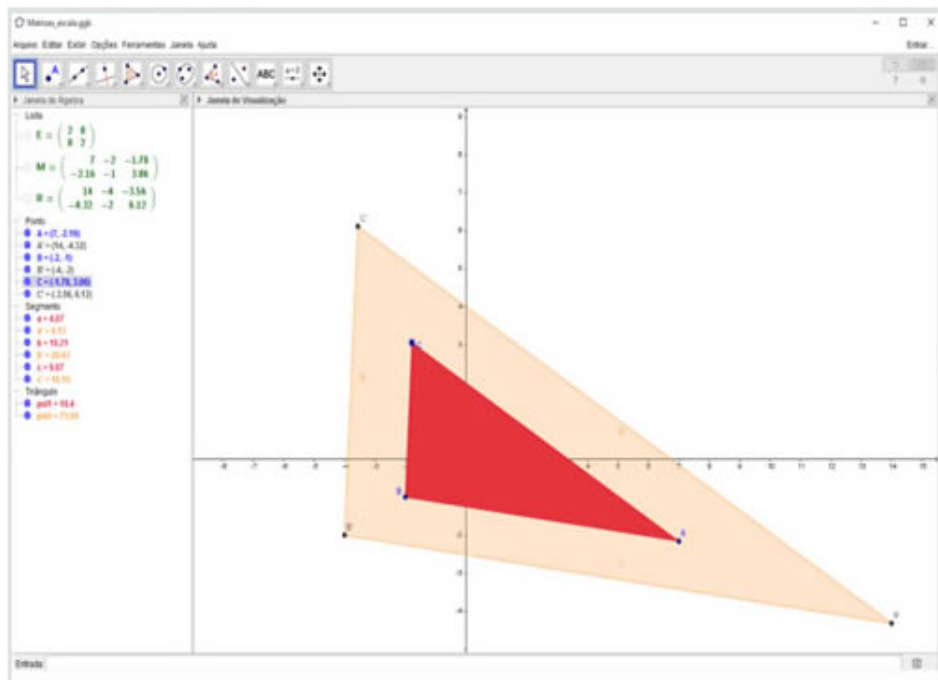
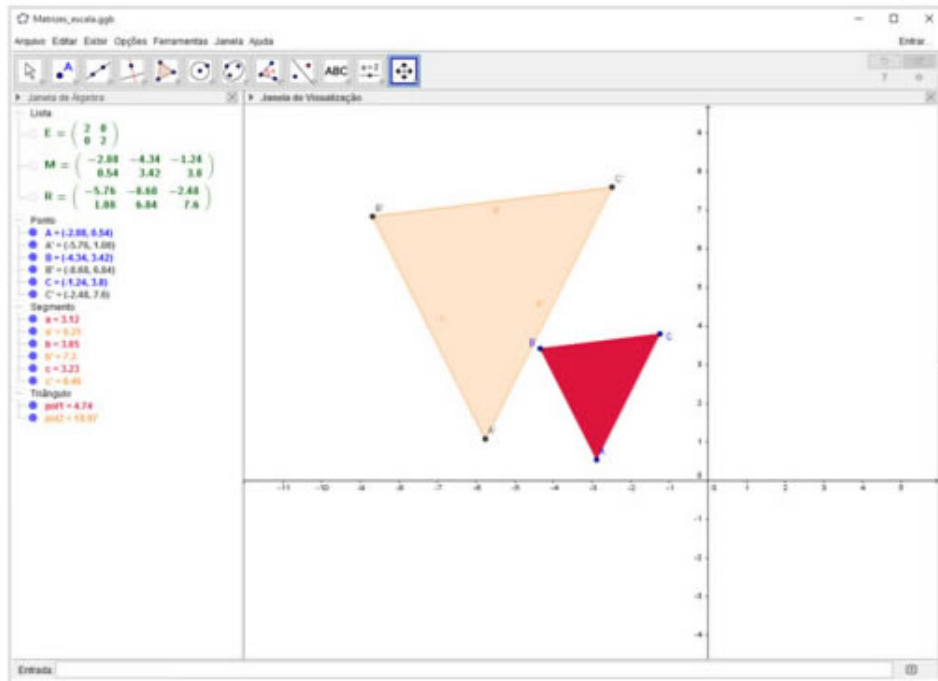


Figura C.3: Arquivos utilizados nas aulas teóricas durante o projeto das calculadoras de matrizes.