

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

Luiz Felipe Lins

**Resignificando a Matemática na Educação Pública
da Cidade do Rio de Janeiro:
Um novo projeto de vida para os alunos.**

Rio de Janeiro
2016

Luiz Felipe Lins

**Resignificando a Matemática na Educação Pública
da Cidade do Rio de Janeiro:
Um novo projeto de vida para os alunos.**

Trabalho de Conclusão de
Curso apresentado ao
Programa de Pós-
graduação em Matemática
PROFMAT da UNIRIO,
como requisito para a
obtenção do grau de
MESTRE em Matemática.

Orientador: Gladson Antunes
Doutor em Matemática – UNIRIO

Co-orientadora: Letícia Guimarães Rangel
Doutora em Matemática – UFRJ

Rio de Janeiro
2016

Luiz Felipe Lins

**Resignificando a Matemática na Educação Pública
da Cidade do Rio de Janeiro:
Um novo projeto de vida para os alunos.**

Trabalho de Conclusão de
Curso apresentado ao
Programa de Pós-graduação
em Matemática PROFMAT
da UNIRIO, como requisito
para a obtenção do grau de
MESTRE em Matemática.

Aprovada em ____/____/2016

BANCA EXAMINADORA

Gladson Octaviano Antunes
Doutor em Matemática - UNIRIO

Letícia Guimarães Rangel
Doutora em Matemática – UFRJ

Michel Cambrinha
Doutor em Matemática - UNIRIO

Rio de Janeiro
2016

"Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse mas a aquisição, não é a presença mas o ato de atingir a meta."

Carl Friedrich Gauss

Agradecimentos

À Deus e toda minha formação religiosa por guiar meus caminhos, sobretudo nos momentos de dificuldade, e por me permitir a inesquecível oportunidade de realizar este trabalho no PROFMAT-UNIRIO.

Às minhas mães, Elvira Monte Lins e Luiza Maria Monte Lins por toda formação de caráter e valores que norteiam não só minha formação, mas todas as minhas condutas na vida.

Ao meu querido tio-pai, Romélio de Oliveira Lins, nordestino valente, que me ajudou financeiramente nos estudos, valorizando e incentivando minha formação acadêmica, que foi posteriormente retribuído com muito amor.

Aos meus primos-irmãos Janaina Lins Miranda e André Luiz Lins Miranda, que estiveram sempre ao meu lado nos momentos bons e ruins que a vida proporciona.

Os colegas e alunos das escolas que lecionei: Colégio Wakigawa, Faria Brito e Alfa Cem, e as Escolas Municipais Monteiro Lobato, Silveira Sampaio e Francis Hime.

À Marcelo Ferreira de Santana, Sandra Maria Ayrosa, Mônica Ferreira Ayres e Suely Druck, grandes amigos que estiveram junto em toda trajetória profissional, me ensinando, incentivando, corrigindo e construindo o profissional que hoje sou.

Ao meu orientador Prof. Gladson Antunes, que aceitou me orientar nessa proposta voltada para área de Educação Matemática. Esteve sempre me incentivando e com muita paciência e atenção, respeitando meu tempo complicado.

À minha co-orientadora Profa. Letícia Rangel, que participou ativamente do início de minha trajetória acadêmica, na qual fui professor de seu filho e tive sempre seu apoio e orientações no meu fazer pedagógico, além de contribuir na conclusão desse trabalho.

Aos professores do PROFMAT Ronaldo Busse, Fábio Simas, Michel Cambrinha, Fabio Penna, José Teixeira Cal Neto, Silas Fantin, pela dedicação, paciência e aprendizado proporcionados.

A todos aqueles que me ajudaram direta ou indiretamente no desenvolvimento desse trabalho, mas por questão de espaço não poderia agradecer.

A todos os profissionais que lutam por uma educação que possa transformar o ser humano, o país e o mundo.

Resumo

Este trabalho apresenta algumas práticas didáticas utilizadas com alunos de uma escola municipal da cidade do Rio de Janeiro que tiveram grande influência nos resultados obtidos pelos alunos nas Olimpíadas de Matemática.

É apresentado um resumo da trajetória profissional do autor, a origem desse trabalho e os desafios enfrentados para desenvolver essas atividades.

Dessas propostas metodológicas, duas são sequências didáticas que foram realizadas na disciplina de matemática e que podem ser reproduzidas em outras escolas e com outros grupos de alunos. As outras duas são sugestões para utilizações de jogos como ferramenta lúdica de aprendizagem que favoreçam a construção e a fixação de conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Educação Matemática, Olimpíadas de Matemática, Jogos Matemáticos, Práticas Didáticas em Matemática.

Abstract

The current work deals with some teaching practices which were developed with students from a public municipal school in the city of Rio de Janeiro that had a great influence on the results achieved by these students in the Olympics of Mathematics.

It was presented an abstract of my professional path, the origin of this research and the challenges I had to fight to implement this methodology.

From these methodological proposals, two are teaching sequences which were accomplished during the Mathematics classes that can be reproduced in other schools and with other groups of students. The other two are suggestions to use games as playful tools that can benefit the building and the fixation of mathematical concepts.

Keywords: Mathematical Education, Olympics of Mathematics, Mathematical Games, Teaching Practices in Mathematics.

Sumário

Introdução.....	1
1 – Trajetória Olímpica	11
1.1 - Um pouco da História das Olimpíadas de Matemática.....	11
1.2 - Início de um trabalho.....	12
1.3 - Um novo desafio.....	15
1.4 - Resumo das premiações da Escola Municipal Francis Hime	24
2 – Recursos Didáticos.	29
2.1 - Resolvendo Equações do 2º grau por fatoração, através da composição de áreas de figuras planas.....	29
2.2 - Subindo e Escorregando	34
2.3 - Construção dos Sólidos Geométricos	39
2.4 - Jogo da Trilha dos Divisores.....	45
3 – Considerações Finais	49
Anexo 1: Resolvendo Equações por Fatoração, através da Composição de Áreas de Figuras Planas	51
Anexo 2: Planificações a serem incluídas como fichas para construção.....	54
Anexo 3: Geometria: Uma Ciência de Muitos Povos	65
Referências Bibliográficas	74

Introdução

No ano de 1995, ao retornar como professor da Escola Municipal Silveira Sampaio, localizada no bairro de Curicica, no município do Rio de Janeiro, escola na qual havia estudado, e que influenciou muito na minha formação como ser humano e nas opções acadêmicas que havia escolhido, deparei-me com uma prática educacional antiquada, com aulas expositivas e a utilização do livro didático (o mesmo que havia estudado), como únicas ferramentas metodológicas e, com um projeto político-pedagógico que muito pouco mudara da época na qual fui estudante. Aliado a esses fatos, havia, também, como elementos complicadores, a indisciplina, o número excessivo de alunos nas salas de aula e uma escola que já não atendia a uma geração que tinha outras necessidades, pois começava a despontar para a utilização de novas tecnologias.

Trabalhando com turmas de 5ª a 8ª séries, atualmente 6º ao 9º anos, estabeleci contato com outros professores de Matemática que compartilhavam com apreensão as mesmas questões: Como trabalhar com alunos focando suas aprendizagens? Que estratégias utilizar para conquistar maior adesão na parceria professor x aluno x conhecimento? Como garantir o vínculo com a sala de aula, o prazer de aprender e de se envolver em situações desafiadoras? Para quê, para quem, e como ensinar uma Matemática que seja significativa na vida de todos? As práticas que conhecíamos oriundas de nossos cursos acadêmicos mostravam-se insuficientes, gerando frustração, preocupação e desejo de mudança.

De acordo com o artigo do professor Altair Poletini (Zetétike, v.4, 1996), os cursos de formação não desafiam o professor a pensar em como lecionar, as experiências vivenciadas enquanto estudante, determinam sua metodologia de ensino, enfatizando regras e procedimentos, sem justificar a maioria deles.

Pode a escola de hoje educar o cidadão, sem preocupar-se com a qualidade da cidadania do professor, seu papel e sua função, sem considerar suas capacidades, incapacidades, limites, limitações e demandas?

Como pode a escola, garantir o acesso à informação e promover a aprendizagem de todos, admitindo e articulando suas diferenças, sem valorizar a competência e a reflexão permanente do professor sobre seus problemas e necessidades presentes em suas práticas?

Acredito que parte das respostas que buscávamos estava no entendimento do redimensionamento do papel e da função do professor na escola de hoje. Faz-se necessária a formação de um profissional que seja um líder, um facilitador, aquele que conhece, compreende e apoia as demandas de seus alunos, que discute e ajuda a resolver problemas, que é um profundo conhecedor de sua área, mas que possua uma visão ampla de seu conhecimento, de suas limitações, de suas incompletudes e que saiba que ele é sujeito de sua formação profissional.

Conforme relata Paola Sztajn em “*Conteúdos, atitudes e ideologia: A formação do professor de matemática*”(Sztajn,1997:190), não basta ensinar conteúdos matemáticos aos professores: é preciso trabalhar com eles o “como” ensinar – e os próprios conceitos do que significa “ensinar” e “aprender”.

Foi nesse contexto, que resolvemos buscar em cursos de capacitações novas metodologias e atividades para nossa sala de aula. No ano seguinte, eu e mais duas professoras, organizamos um grupo de estudos com o objetivo de pesquisar e experimentar um fazer pedagógico que garantisse aos alunos uma postura criativa e produtiva diante da Matemática.

Reuníamos-nos na própria escola, em horário fora da nossa jornada de trabalho, iniciando pelas turmas de 5ª e 6ª séries (6º e 7º anos atuais). Em grupo, decidíamos os conteúdos, os objetivos, as estratégias, o material de trabalho, a sequência didática, a forma de organização do espaço para a realização das atividades propostas: os alunos eram organizados individualmente, em duplas ou grupos.

A luz da teoria de Jean Piaget (1896-1980)¹, considerávamos a importância da atividade mental como fundamental no processo de aquisição de conhecimento. Sabíamos que conhecimento e competências são complementares e interdependentes, pois o primeiro é construído ao longo da existência, representações da realidade e armazenadas pela experiência. Já as competências são ações eficazes que realizamos em diferentes tipos de situações e se apoiam no conhecimento.

Traçamos então, as competências matemáticas que todos deveriam desenvolver em seu percurso na educação fundamental:

- Raciocinar matematicamente, isto é, explorar as situações problemas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;

¹ Site: <http://novaescola.org.br/formacao/jean-piaget-428139.shtml>, acessado em 10/08/2016

- Desenvolver atividades intelectuais que envolvam raciocínio matemático a fim de formar uma concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica e não com alguma autoridade exterior;
- Discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação;
- Compreender noções como conjectura, teorema e demonstração, assim como a capacidade de examinar consequências do uso de diferentes definições;
- Entender a estrutura de um problema e a capacidade de desenvolver processos de resolução, assim como analisar os erros cometidos e buscar estratégias alternativas;
- Decidir sobre a razoabilidade de um resultado e usar, conforme os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos;
- "Ver" e apreciar a estrutura abstrata que está presente numa situação, mesmo que seja relativa a problemas do dia-a-dia, à natureza ou à arte, mesmo que envolva elementos numéricos, geométricos ou ambos.

À medida que aprofundávamos no campo didático através dos cursos de capacitações e de leituras tanto na área da Matemática quanto na pedagógica, analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais e a leitura de Perrenoud, Piaget e Lino de Macedo (2000), sentíamos a necessidade de produzir um material próprio, de acordo com a necessidade de nossos alunos.

O professor Geraldo Perez do Departamento de Matemática e de Pós-Graduação em educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", (UNESP) - Rio Claro – SP, foi muito contundente em seu artigo "*Competência e compromisso na formação do professor de Matemática*" (Revista Temas & Debates, n.7, Julho/1995), ao afirmar que o professor deve assumir uma postura de transformador dessa sociedade, sendo competente e compromissado, percebendo que só há sentido em ensinar quando seu ambiente de sala de aula permite que os alunos tenham liberdade de imaginação, expressão, descoberta, iniciativa, originalidade e crítica.

Perez (ibid., p.30) afirma que "A ação educativa deverá ter condições de promover o indivíduo, e não apenas ajudá-lo a socializar-se [...]".

Resolvemos organizar sequências didáticas em módulos que foram elaborados de forma com que os alunos pudessem construir conceitos a partir de suas próprias experiências. Para isso, utilizamos estratégias variadas, priorizando a reflexão, a

resolução de situações-problema, a tomada de consciência, a definição de prioridades no encaminhamento de soluções, o raciocínio lógico, a necessidade de se posicionar diante de situações de julgamento. Enfim, de estimular a descoberta e a utilização de seu potencial e suas habilidades através de atividades construtoras de identidade, autovalor e autoestima.

Pensamos, então, na organização de nossa sala e conseguimos com o apoio da direção e de todos os outros professores que as salas da escola fossem organizadas por disciplina, as chamadas “salas-ambientes”. Das 12 salas, duas ficaram para matemática. Organizávamos o espaço em grupo ou conforme a necessidade, trabalhávamos também em duplas, por acreditarmos que a troca e a socialização são fundamentais. É em equipe que se supera o desconforto: o grupo enfrenta o desafio de ajudar a regular suas competências, descobrir seu processo. Trabalhar em equipe passa longe de uma habilidade, é muito mais que isso, é uma compreensão do que fazemos funcionar nas situações de rotina e nas situações inesperadas.

Com isso reorganizamos nossa ação docente num só momento didático, no qual a aprendizagem e a avaliação estavam presentes e articuladas ao mesmo tempo e dentro de um espaço interativo da sala de aula.

O módulo era entregue para cada aluno, afim de que houvesse primeiramente uma discussão em grupo do entendimento e encaminhamento das soluções nas situações propostas. A intervenção do professor se faz na troca, levantando, encaminhando, esclarecendo e aprofundando as questões de conflitos surgidos nos momentos de construção. A culminância do trabalho se faz com a socialização do saber possuído, na qual cada situação-problema ou sequência didática proposta é apresentada, valorizando cada encaminhamento e estratégias utilizadas nos procedimentos e resoluções. Somente após esse momento, os alunos levavam seus módulos para casa.

Ao invés de dar uma tarefa às crianças e medir quão bem elas fazem ou quão mal elas estavam, pode-se dar uma tarefa às crianças e observar quanta ajuda e de que tipo elas necessitam para completar a tarefa de maneira bem-sucedida. Sob este enfoque, a criança não é avaliada sozinha. Antes, o sistema social do professor e da criança é avaliado dinamicamente, para determinar o quanto ele progrediu. (Brooks, J. G. & Brooks, 1997:97)

Com essa metodologia que acreditávamos, precisaríamos reaprender o “aprender”, e nessa perspectiva a utilização de jogos já existentes, como Xadrez,

Batalha Naval, “Cara a Cara”, “Lig 4”, “Contra Ataque”, entre outros, e materiais pedagógicos industrializados, como Tangran, Régua de Cousinaire, Material Dourado, Sólidos Geométricos, Geoplano, Círculo de Frações, eram essenciais na ludicidade que pretendíamos dar ao desenvolvimento de alguns conceitos. Alguns jogos e materiais elaborados e confeccionados por nós e pelos alunos também foram ferramentas essenciais ao desenvolvimento do processo criativo e inovador, além de estimulante e incentivador. Sequências didáticas foram elaboradas para uma exploração significativa desses materiais. O recurso para compra desse material em quantidade foi financiado pela direção da escola com os recursos dos Governos Federal e Municipal para o investimento no projeto político-pedagógico.

A Figura 1 mostra alguns trabalhos realizados pelos alunos e colocados em exposição no espaço escolar.



Figura 1 -Jogos e atividades desenvolvidas pelos alunos durante as aulas

Outros recursos foram utilizados: jornais, revistas, noticiários, programas da MultiRio², como a série “Procura Acha” e do Telecurso³ 1º grau, livros paradidáticos como as coleções “A Descoberta da Matemática”, “Vivendo a Matemática” e “Contando a História da Matemática” e as multimídias daquele tempo disponíveis, atendendo às expectativas da sala de aula.

² Empresa Municipal de MultiMeios da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro, www.multirio.rj.gov.br

³Sistema educacional de educação a distância brasileiro mantido pela Fundação Roberto Marinho e pelo sistema Federação das Indústrias do Estado de São Paulo, www.educacao.globo.com/telecurso/

Ao longo dos sete anos em que esse projeto foi desenvolvido na escola, pôde-se observar resultados significativos, o que me estimulou em avançar a experiência buscando novos recursos e para o aprofundamento da pesquisa, como o curso de Especialização em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (de 2001 a 2002), que me deu embasamento para a utilização de novas metodologias com recursos da informática e leitura na área da educação matemática que minha formação universitária não me havia dado.

No período de 1998 a 1999, lectionei, como professor substituto da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, a disciplina de Geometria Analítica com Cálculo Vetorial, para estudantes do 1º período do curso de Engenharia. Foram quatro semestres, nove turmas e a certeza de que precisava me dedicar ainda mais à educação pública: raramente tinha aluno oriundo de escola estadual. Que escola era essa que não dava condições de promoção aos seus estudantes? Era claro para mim que a função de uma ação educativa ia além de ajudá-lo a socializar-se, como também dar condições de promoção a esse indivíduo. Esse fato reforçava ainda mais que o trabalho por nós desenvolvido teria essa finalidade, mesmo sem dados concretos de que nossas crianças conseguiriam êxito em suas caminhadas acadêmicas. Com convicção sobre o olhar que queríamos que nossos alunos tivessem da matemática, e com uma metodologia que privilegiava o desenvolvimento do raciocínio lógico e a instrumentalização de técnicas e procedimentos algébricos, começamos a compartilhar e divulgar nosso trabalho em eventos da Secretaria Municipal de Educação da Cidade do Rio de Janeiro, encontros, seminário, congressos (VII ENEM⁴-Encontro Nacional de Educação Matemática, relato de experiência: Um projeto para o aprendizado da Matemática) e oficinas para professores.

A forma pela qual conduzíamos o processo de ensino e aprendizagem na sala de aula pressupõe que se tenha um domínio não só do conhecimento específico de nossa área, mas do conhecimento didático, do currículo específico, dos processos de aprendizagem e das suas metodologias de ensino.

A produção de conhecimento matemático de nossos alunos era bastante consistente: priorizavam o pensar, ao invés do simples memorizar de instruções; tinham crença em seu potencial e segurança na busca de alternativas e soluções e possuíam bom

⁴VII Encontro Nacional de Educação Matemática IM – UFRJ, promovido pela Sociedade Brasileira de Matemática, 19 a 23 de Julho de 2001, Rio de Janeiro – Publicado nos anais do encontro, disponível <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais>, p.31.

vínculo com a disciplina e conosco. Eles se expressavam em mini projetos setoriais como a “Semana da Matemática” – Evento integrador, que acontecia a cada dois anos, contando com a participação dos alunos que construía e dinamizavam jogos e com várias oficinas oferecidas para toda comunidade escolar: alunos, pais e funcionários administrativos.

A figura 2 mostra imagens de alguns trabalhos realizados, dinamizados e apresentados nessa “Semana da Matemática”.



Figura 2 - Jogos e atividades dinamizadas durante o evento

Aprendi nesse período, que para garantir aprendizagem, deve-se rever cada detalhe do processo educativo, desde o uso do espaço da sala de aula, da grade curricular, dos processos avaliativos, da questão da interdisciplinaridade, do despertar da inteligência emocional, até da formação de um educador que seja consciente do mundo, despertando-o para as transformações já ocorridas e para a consciência de que habitamos um universo em permanente transformação.

Não podemos ignorar que a criança ao entrar na escola traz um currículo de aprendizagens enorme: aprendeu a identificar objetos e pessoas, a manipular objetos, a ficar de pé e andar, a ter preferências, a identificar e imitar gestos e sons, a se alimentar

sozinha, a controlar sua bexiga e seu intestino, a demonstrar carinho, a identificar símbolos, desenhos e o seu espaço – assim por diante. Por que nenhum desses aprendizados envolveu absorção pura e simples de informação? Em todos eles o essencial é o desenvolvimento de competências e habilidades – sensoriais, cognitivas, psicomotoras, emocionais e sociais. Em nenhum desses casos há um processo de ensino formal: ela aprende a partir de observações, imitações, estimulações e provocações daqueles que compartilham o seu mundo.

Deve a escola encontrar novas formas de ensino e aprendizagem, não apenas aperfeiçoar as atuais, mas às vezes, começar do zero. Todo processo descrito anteriormente parece prazeroso e gratificante para a criança, que quando entra na escola, um espaço organizado e estruturado, altera drasticamente a natureza desse processo de aprendizagem, tornando-se, às vezes, sofrido.

Cabe ao professor, o centro das atenções no plano institucional, trabalhar em equipe, com colegas e com a instituição, dominar técnicas inovadoras e se atualizar constantemente. É seu dever fornecer espaço de criação e discussão. Não podemos perder o ângulo de visão e o senso crítico, acreditando que o que se exige são pequenos ajustes: melhores livros didáticos e acesso às multimídias atuais porque o modelo ou paradigma é que está errado. John Keating, em Sociedade dos Poetas Mortos⁵, conseguiu romper com o modelo, mandando os alunos rasgarem seus livros didáticos, sair da sala de aula e irem para fora da escola – para aprender poesia – sem usar tecnologia alguma.

Quando se propõe que a educação seja orientada para competências, o que se pretende é que o aprendizado escolar se organize não mais em função de conteúdos informacionais, mas em função de competências e habilidades que vinham sendo desenvolvidas desde a fase pré-escolar.

O trabalho que desenvolvo nesses 21 anos de atuação no magistério me fez percorrer caminhos que me direcionaram à busca de uma literatura capaz de me ajudar a descobrir como se constrói a docência no cotidiano escolar, nas inquietudes e nos desafios que encontrava dia a dia. Entretanto, essa busca levou a distanciar-me de uma formação matemática abstrata, científica.

Com a participação dos alunos nas olimpíadas de matemática, me deparava cada vez mais com problemas bem complexos que exigiam não só o estudo de como resolvê-

⁵ Sociedade dos Poetas Mortos. Produção de Peter Weir. EUA: Abril Vídeo, 1989. Filme (128 minutos)

los de forma verdadeiramente clara para eles, mas de compreender as estruturas matemáticas que estavam presentes em cada um deles. E exatamente essa parte era deficiente na minha formação profissional.

Onde encontrar um programa de ensino que oferecesse essa formação e permitisse que continuasse a minha prática educativa diária, conciliando os dois de forma eficiente? Na busca dessa resposta, conheci o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT⁶).

O PROFMAT é um curso semipresencial que tem como objetivo proporcionar formação matemática aprofundada e relevante ao exercício da docência no Ensino Básico, visando dar ao egresso a qualificação certificada para o exercício da profissão de professor de Matemática.

Durante dois anos, cursando disciplinas que fundamentaram muitos conceitos que eu utilizava em sala de aula, organizei meu trabalho final de conclusão baseado nas estratégias metodológicas diferenciadas que utilizo na minha prática docente, e que levou vários alunos a conquistas de prêmios e honrarias nas Olimpíadas de Matemática, possibilitando que encontrassem caminhos promissores através de suas formações acadêmicas.

Apresento este trabalho em três capítulos que estão assim distribuídos:

O Capítulo 1 apresenta ao leitor a origem e o desenvolvimento das Olimpíadas de Matemática, assim como os desafios superados nas duas escolas públicas em que trabalhei, utilizando metodologias que buscavam a aprendizagem matemática baseada em três pilares: conceituação, instrumentalização e aplicação, culminando em destaque nos seus resultados nas participações em diferentes competições matemáticas.

O Capítulo 2 explica os recursos utilizados, suas construções físicas e pedagógicas. Mostra dois jogos utilizados: um que serve como disparador na construção de um conceito, no caso, a adição de números inteiros; e outro para fixação de conceitos que foram previamente trabalhados em aula, neste caso, o conceito de múltiplos, divisores e suas propriedades. Além disso, apresento duas sequências didáticas: uma que envolve a resolução de equações do 2º grau, com o auxílio de quadrados e retângulos, que explora o conceito geométrico na sua resolução; e outra que parte da construção de sólidos geométricos a fim de reconhecer regularidades entre os elementos

⁶É um programa de pós-graduação *stricto sensu* em Matemática, reconhecido pelo Ministério da Educação e conduzindo ao título de Mestre. <http://www.profmtat-sbm.org.br/>

faces, arestas e vértices nos poliedros regulares, além do caráter construtivo na manipulação deles.

No último capítulo faço minhas considerações finais, ressaltando novamente os resultados obtidos pelos alunos com a utilização dessas metodologias e vislumbro a perspectiva de criar novos jogos e sequências didáticas que propicie uma aprendizagem matemática mais eficaz, lúdica e voltada para o dia a dia de uma geração que constrói múltiplos saberes nas mais diferentes formas de pensar.

1–Trajetória Olímpica

1.1- Um pouco da História das Olimpíadas de Matemática

Em 1894, os húngaros organizaram o que é considerado por todos como a 1ª Olimpíada de Matemática da história da humanidade, a chamada “Eotvos”, para alunos do último ano da escola secundária. Com o passar dos anos, outras “competições” começaram a ser realizadas na Europa até que em 1959 foi realizada a 1ª Olimpíada Internacional de Matemática (International Mathematical Olympiad – IMO), na Romênia, tendo como participantes apenas países daquela região. Em 2017, a 58ª edição da IMO será realizada no Brasil.

No Brasil, a 1ª olimpíada de Matemática foi criada pela Academia Paulista de Ciências, em 1977, a Olimpíada Paulista de Matemática. No ano seguinte surge a Olimpíada de Matemática do Estado do Rio de Janeiro (OMERJ), e em 1979, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) organiza a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM).

Outra olimpíada em que nossos alunos apresentam bons resultados é a Canguru sem Fronteiras, chamada aqui de Canguru Matemática do Brasil. Em 1991, os professores André Deledicq e Jean Pierre Boudine, inspirados pela Competição Australiana de Matemática, começaram um concurso semelhante na França, chamando-o de Canguru Matemático. Em Junho de 1993, o Conselho de Administração do Canguru Francês convocou um encontro europeu em Paris, e sete países decidiram adotar o mesmo concurso. Em Junho de 1994, no Conselho Europeu em Estrasburgo, os representantes de 10 países fundaram a Associação Canguru Sem Fronteiras (Association Kangourou sans Frontières - AKSF) que foi responsável pela organização do concurso Canguru, foi formalizada e registrada em janeiro de 1995, em Paris, e hoje conta com a participação de mais de 52 países.

Em 2005, a SBM, em parceria com o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), criou a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), um projeto do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT) que foi implementado em todo o país, tendo como objetivo estimular o estudo da matemática e revelar talentos na área. A maior virtude desse projeto é estar

premiando jovens e crianças dos mais longínquos municípios do Brasil.

A figura 3 mostra um resumo histórico da evolução das Olimpíadas de Matemática da sua origem até a criação da OBMEP, no ano de 2005.

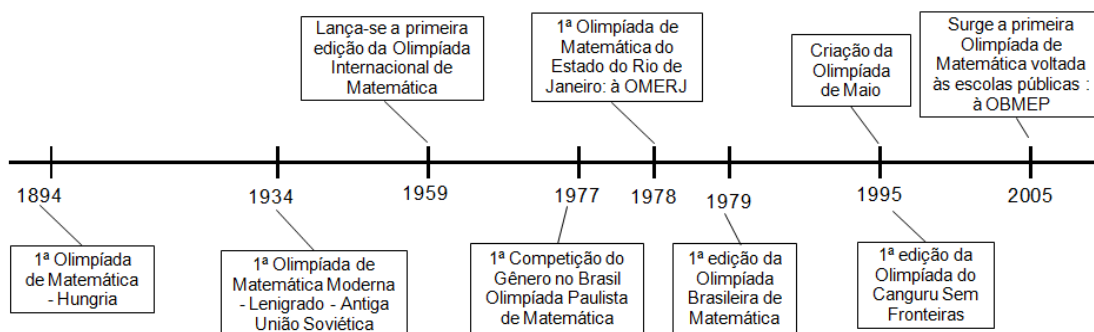


Figura 3 - Linha do tempo das Olimpíadas de Matemática

1.2- Início de um trabalho

Em 2004, eu li uma matéria em um jornal de grande circulação na cidade do Rio de Janeiro que contava a história de um aluno da rede municipal de ensino que havia ganhado no ano anterior uma bolsa para cursar o Ensino Médio em uma escola da rede privada porque havia conquistado a medalha de bronze na Olimpíada Estadual do Rio de Janeiro (OMERJ). Então, eu consultei o site para ter acesso à prova e conhecer melhor às questões. Para minha surpresa, as questões vinham ao encontro da crença que tinha, com situações-problema interessantes e desafiadoras, onde era possível utilizar diferentes estratégias de resolução para se chegar ao resultado, valorizando mais o pensar a técnicas algébricas.

Neste mesmo ano, resolvi inscrevê-los na competição sem a pretensão de obter resultados expressivos. Reuni um grupo de estudos aos sábados pela manhã, onde na maioria das vezes resolvíamos as provas de anos anteriores. Para nossa surpresa, tivemos sete alunos premiados, e dentre eles, uma medalha de bronze. Esse foi o início de uma trajetória bem sucedida.

Depois da cerimônia de premiação, realizada no auditório do Colégio Militar aqui na Cidade do Rio de Janeiro, nossos alunos perceberam que seria possível construir um futuro promissor através da educação. Ao conversar com eles, deixei claro que, quando somos oriundos de classes menos favorecidas, precisamos nos superar, sem

nunca deixar de sonhar. A humildade e a perseverança são o combustível da máquina da conquista. O caminho estava aberto para eles: bastava querer.

Ao voltarem para escola, além da medalha e dos certificados de premiação, traziam bens mais preciosos: o sabor da conquista, o prazer da vitória, a sensação de saber que é possível vencer apesar das dificuldades e diversidades.

Em entrevista dada para o site da OBMEP em 2013, o aluno Gabriel Soares Ladislau afirma que "quando você participa de uma olimpíada e é premiado, você se sente único"; enquanto Tiago Brite destaca que "na escola, os outros alunos nos olham com admiração, porque somos medalhistas da OBMEP", mostrando o aspecto emocional e afetivo da conquista. Na mesma entrevista, a aluna Rebeca Vitelbo considera que "na matemática, a gente busca o caminho mais fácil para resolver um problema. E não é isso que a gente precisa fazer no dia-a-dia?". Já Lucas Fernandes Resende percebe que "você chega à sala de aula cheio de preconceitos, achando que matemática é chata, difícil. E descobre ali um mundo de possibilidades", destacando o aspecto cognitivo e desafiador que essa ciência propicia.

No ano de 2005, é criada a Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas (OBMEP), com a coordenação da professora Suely Druck, que presidia até então a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com o apoio do Ministério de Educação e do Ministério de Ciência e Tecnologia e Desporto. A OBMEP é dividida em níveis assim distribuídos:

- Nível 1 – alunos do 6º e 7º anos (5ª e 6ª séries);
- Nível 2 – alunos do 8º e 9º anos (7ª e 8ª séries);
- Nível 3 – alunos do Ensino Médio.

Tinha agora o desafio de adequar a meu dia a dia em sala de aula conteúdos e conceitos que proporcionassem um avanço para uma matemática mais aplicada e complexa. Surgia algo que não havia experimentado na minha profissão: preparar os alunos não só para a formação da cidadania, mas para especialistas nas áreas exatas e tecnológicas. Agora, todos os saberes construídos deveriam ser delineados e organizados a partir de um currículo que já existia, mesmo sabendo que mais importante do que a aprendizagem era a aquisição de conhecimentos. Minha preocupação diminuía em relação ao como ensinar e focava mais no que ensinar e até mesmo por que ensinar alguns conceitos.

Lorenzato, (2006a,p.01) destaca que “o sucesso dos estudantes diante de novos desafios matemáticos depende da relação estabelecida desde os primeiros contatos

escolares entre a Matemática e o aluno, com a intervenção do professor”. Portanto, o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem e a metodologia de ensino por ele adotado é determinante para o sucesso dos estudantes.

Ao longo dos anos de magistério, o professor constata que os alunos apresentam inúmeras diferentes respostas, raciocínios, observações e soluções diante dos mesmos fatos, exercícios, problemas. Materiais didáticos ou indagações. [...] Ao tentar ensinar,inevitavelmente ele aprende com seus alunos (LORENZATO,2006,p.9).

Com a metodologia que utilizava, voltada para a resolução de problemas, os alunos não tinham medo do novo, possuíam recursos diferenciados nas estratégias de resolução que eram enriquecidas por mim, com novos questionamentos. Esse processo remete a uma aprendizagem implícita, observadora e questionadora, de modo que ele entenda, de forma subjetiva, os métodos e desenvolva seu próprio pensamento.

Segundo Polya em “*O ensino por meio de problemas*”(Polya,1985:11-16), com o tempo o aluno poderá compreender o método e usar, por ele mesmo, estas perguntas. Aprenderá, assim, a dirigir sua atenção aos pontos essenciais, quando se encontrar perante um problema. Deste modo, terá adquirido o hábito do pensamento metodológico.

O resultado de 2005 foi excelente, tanto na Olimpíada Estadual, quanto na nacional. Na 1ª OBMEP, foram 17 premiados, sendo uma medalha de prata, uma de bronze e 15 menções honrosas; e na OMERJ, oito alunos premiados com 11 premiações, já que os alunos de escola pública concorrem em duas categorias: Escolas Públicas Municipais (EPM) e Geral, incluindo alunos das escolas privadas. Dessas 11 premiações, tiveram uma medalha de ouro, três de prata, quatro de bronze e três menções honrosas.

O trabalho começava com um resultado bom diante das dificuldades enfrentadas por uma escola pública que não fazia seleção de alunos no seu ingresso, localizada numa cidade grande como o Rio de Janeiro, em um bairro que sofria com a expansão imobiliária desordenada e que não contava com projetos de ações sociais do poder público. Para agravar mais a situação, não encontrava na escola uma direção que acreditasse que a olimpíada de Matemática fosse, também, um projeto de inclusão social. A escola acreditava que somente através de atividades artísticas e esportivas pudesse promover a transformação social da garotada que lá estudava. Todos os

recursos eram destinados a projetos de cunho artístico e esportivo, desde a aplicação de verbas para compra de materiais específicos até a utilização de uma carga horária dentro da jornada dos professores para realização de oficinas. Com tamanho investimento e apoio de empresas da região, realizava-se um trabalho de excelência, que criava a oportunidade para a descoberta de muitos talentos. Entretanto, as Olimpíadas de Matemática não faziam parte do projeto político-pedagógico da escola.

Segundo Nascimento e Oeiras (2006)⁷, competições escolares como as Olimpíadas de Matemática são atividades pedagógicas capazes de provocar desenvolvimento intelectual, autonomia, estímulo ao trabalho individual ou mesmo em equipe, objetivando aperfeiçoar conhecimento de natureza matemática.

1.3- Um novo desafio

Ao final do ano de 2006, após contabilizarmos 15 premiações na OMERJ e 13 premiações na OBMEP, fiquei curioso em conhecer o trabalho que uma escola bem próxima a nossa realizava, a Escola Municipal Francis Hime, visto o grande destaque que tiveram nas duas olimpíadas. Foram obtidas, 13 premiações na OBMEP (2005 e 2006) e 24 premiações na OMERJ (2004-2006). Aquilo que mais me chamou a atenção não foi o número de medalhas conquistadas, mas a presença da direção e dos professores em todas as premiações, comemorando e vibrando com seus alunos como se fosse uma conquista de Copa do Mundo de Futebol.

Em entrevista ao site da OBMEP em 2013, a diretora Márcia Alves de Paula Freitas relata que “nosso objetivo não é fazer sucesso nas olimpíadas de matemática. É preparar jovens para um futuro melhor”; enquanto a diretora adjunta Emília Ferreira Gonçalves destaca o valor dessas conquistas para a comunidade em que a escola está inserida quando diz que “as pessoas chegam e perguntam: aqui é a escola que forma campeões de matemática?”

A Escola Municipal Francis Hime, na Taquara, é uma instituição peculiar. Seu nome é uma homenagem a Francis Walter Hime, avô de Francis Victor Walter Hime, o popular Francis Hime, autor de sucessos, como “Vai passar” e “Trocando em miúdos”, entre outros. Francis Hime, que viveu de 1885 a 1948, doou terras de sua fazenda para

⁷ NASCIMENTO. MÁRCIO GÓES; OEIRAS. JANNE Y. Y. Olímpico: Um Ambiente Virtual para Competições Escolares Via Internet. Belém, PA: UFPa, 2006.

construir uma escola destinada aos filhos dos colonos. Somente no atual prédio, o colégio já está instalado há 73 anos. Reza a lenda que foi inaugurada pelo então presidente Getúlio Vargas, um visitante frequente dos domínios da Família Hime.

A figura 4 mostra imagens da inauguração em 03 de julho de 1943. A escola teria o nome de Canadá em prosseguimento da política de Vargas em homenagem a países americanos com nomes de escolas da então Capital Federal na época da II Guerra Mundial. Mas na última hora, mudou-se para Escola Municipal Francis Hime.

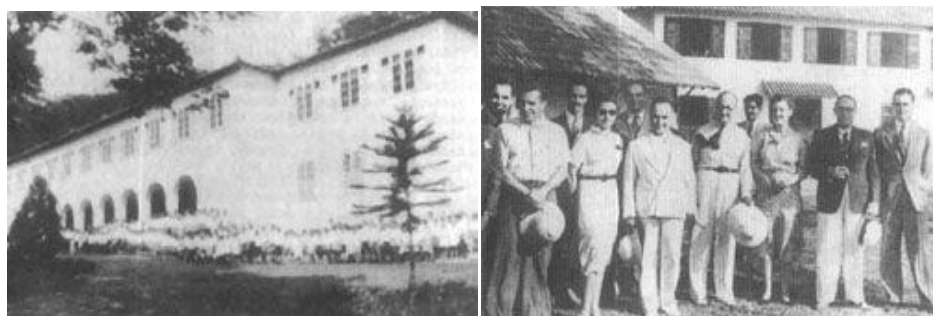


Figura 4 - Inauguração da escola Canadá, atualmente Escola Municipal Francis Hime⁸

Na foto da esquerda, a partir da esquerda: Francis Hime Júnior (Pai do compositor), Valentim Bouças, Vadinho Dolabela, Verônica Hime, Argemiro Hungria Machado, Presidente Getúlio Vargas e Francis Hime.

Na época, os alunos eram basicamente oriundos de uma área rural que o Rio de Janeiro pouco conhecia, aos pés do Maciço da Pedra Branca, hoje um parque estadual e área de preservação ambiental. A beleza do lugar, porém, atraiu pessoas de alto poder aquisitivo, que passaram a construir condomínios de luxo. Sem saída, os sítiantes abandonaram suas pequenas lavouras e buscaram outros empregos. E, na geografia da região, as mansões ficaram de um lado da rua, e uma favela cresceu em progressão geométrica, do outro. E são justamente os moradores da comunidade – e de outros pequenos núcleos da região – que formam a clientela da escola. Quase mil crianças e adolescentes, em turmas que, não raras vezes, ultrapassam o limite de 40 alunos por classe. Conseguir uma vaga na Francis Hime é quase tão difícil quanto ganhar uma medalha na OBMEP.

Com intuito de buscar novos desafios, levei em 2007, uma das matriculas para Francis Hime e a outra permaneceu na Silveira Sampaio.

Chegando lá encontrei dois fatores marcantes: existia uma equipe de Matemática onde todos compartilhavam das mesmas crenças, que acreditavam na construção do

⁸Retirado do site: <http://www.wsc.jor.br/fotos/Galeria4/>, acessado em 26/03/2016.

conhecimento matemático através da resolução de problemas ao invés de instrumentalizar procedimentos e fórmulas, e uma equipe de diretores que acreditava na educação pública de qualidade como a única forma de transformar a vida de crianças com situações menos favorecidas. O melhor disso tudo foi constatar que aquilo que a equipe acreditava vinha ao encontro do que eu também acreditava.

Esse foi um ano de muitas premiações: 31 na Silveira Sampaio e 24 na Francis Hime. Participando de Olimpíadas desde 2004, a Francis havia conquistado ao todo, 37 premiações e em um único ano, conquistou mais que a metade de toda sua trajetória. Em particular, foi o ano em que fui professor premiado pela 1ª vez na OBMEP, ficando entre os cem professores com alunos mais premiados em todo Brasil, ganhando um curso de capacitação no Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) no ano seguinte. Sentindo-me isolado, sem o apoio da direção e dos colegas da escola Silveira Sampaio e percebendo que não me sentia acolhido com o trabalho que realizava, decidi transferir minha segunda matrícula para Francis Hime, no final desse ano, para me dedicar inteiramente ao meu projeto nessa escola.

Em 2008, comecei a desenvolver o mesmo trabalho de treinamento especificamente voltado para os alunos interessados em participar das Olimpíadas de Matemática, que desenvolvia na Silveira Sampaio. As aulas eram realizadas aos sábados pela manhã e oferecidas a todos os alunos interessados. Um dos fatores que começava a apontar para o sucesso dos alunos que aderiram ao curso era que na sua grande maioria eles estudavam na escola desde a educação infantil, o que criava um vínculo com aquele espaço: eles tinham uma história construída ali. Outro fator era que muitos professores do 1º segmento (Educação Infantil ao 5º ano) tinham nível superior, e a maioria dos funcionários da escola tinham seus filhos estudando ali.

Em entrevista dada ao site da OBMEP em 2013, a Coordenadora pedagógica em exercício, Leda Lins afirmou que o ensino de primeira qualidade foi o que a guiou a matricular suas duas filhas para estudarem na Francis Hime, e ambas cursam universidades públicas hoje. Ela declara que “às vezes, as pessoas me encontram no supermercado e perguntam se trabalho aqui. Aí dizem: ‘você é a coordenadora da escola dos meus sonhos’ ”.

O trabalho iniciado em 2008 e tendo continuidade em 2009 nos rendeu 30 alunos premiados e 48 premiações somente naquele ano. Sagrei-me na OBMEP professor premiado pela 2ª vez e a escola foi premiada pela 1ª vez entre as 89 escolas com maiores pontuações do país. Tivemos ainda a aluna Bruna Soares Ladislau, medalha de

ouro na OBMEP, ficando entre as 10 melhores do país, e com a 2ª melhor pontuação do Estado do Rio de Janeiro.

Em entrevista dada ao site da OBMEP em março de 2013, Bruna afirma: “Fico espantada porque tem gente que ainda acha que matemática não é coisa de mulher”.

Em 2010 tivemos 30 alunos premiados com 41 premiações para alunos e quatro premiações para escola. Fui premiado pela 3ª vez, e a escola, pela 2ª vez entre as 89 escolas com maiores pontuações do país. Nessa competição, tivemos novamente um aluno com medalha de ouro na OBMEP, Marlon Carvalho Benjamin, que atualmente cursa Engenharia no Instituto Militar de Engenharia (IME).

Segundo Marlon em entrevista dada ao programa A Caminho da Olimpíada, da série “Ensinar e Aprender”⁹ da MultiRio em 2014:

“A matemática me influenciou em todas as matérias, me melhorando.[...] com o desenvolvimento do raciocínio lógico você consegue entender mais a história, porque a história é decorrência de fatos, se você entende o porquê aconteceu aquilo, você entende história. Geografia fez mais sentido. Português fez mais sentido, até porque a gente precisa de português para entender matemática.”

Vale destacar a nossa 1ª participação na Olimpíada Canguru Sem Fronteiras, onde tivemos três alunos medalhistas, e também na Olimpíada Brasileira de Matemática, em que Marcos Vinicius Oliveira Soares, cursando o 8º ano, conseguiu menção honrosa, sendo o 2º melhor colocado dentre os alunos do Estado do Rio de Janeiro.

Participávamos então, de todas as competições possíveis para alunos dentro da faixa etária e nível de escolaridade que a escola possuía e fomos premiados em todas.

Em 2011 tivemos 26 alunos premiados com 44 premiações. Fui professor premiado na OBMEP pela 4ª vez, e a escola, pela 3ª vez consecutiva entre as 89 escolas com maiores pontuações do país. Nessa competição, tivemos novamente o aluno Marlon Carvalho Benjamin com medalha de ouro na OBMEP.

O ano de 2012 encerrava um ciclo de uma geração supercampeã. Tivemos 35 alunos premiados, com 62 premiações para alunos, três premiações para professores e três premiações para escola. Na OBMEP, fui professor premiado pela 5ª vez, e a escola foi premiada pela 4ª vez consecutiva entre as 89 escolas com maiores pontuações do

⁹Retirado do site: <https://www.youtube.com/watch?v=kHR1q2fOVxs>, acessado em 08/08/2016.

país. O Aluno Marlon Carvalho Benjamin sagrou-se triouro na OBMEP, mas desta vez com o aluno Marcus Vinicius Oliveira Soares sendo seu companheiro no degrau mais alto da competição. Marlon conseguiu a inédita medalha na OBM para nossa escola, conquistando o bronze na competição.

Segundo matéria do Jornal Extra de 08/12/2012¹⁰:

“O resultado da escola Francis Hime é tão bom que chega a ser superior ao de alguns estados. Na edição deste ano, por exemplo, o colégio levou duas medalhas de ouro, enquanto cinco estados ganharam apenas uma e dois estados ficaram sem nenhuma. O desempenho dos alunos do Francis Hime em Matemática também chama a atenção dos colégios particulares. Há alunos que antes de terminar o ensino fundamental recebem propostas para estudar o ensino médio com bolsa integral.”

E foi exatamente o que aconteceu. Grande parte dos alunos optou por cursar o Ensino Médio em instituições particulares, pois visavam cursar o nível superior em instituições militares e em outros países.

O trabalho realizado com eles visando às olimpíadas de matemática melhorava o índice de desenvolvimento da educação básica (IDEB), da escola.

A Tabela 1 mostra os dados obtidos no portal do Ministério da Educação¹¹.

Tabela1 – Indicadores da Escola Municipal Francis Hime

Anos	2007	2009	2011
Iniciais (5º ano)	5,7	6,7	6,6
Finais (9º ano)	5,4	5,1	6,1

Fonte: Ministério da Educação

Segundo matéria do Jornal O Globo de 22/12/2012¹²:“A Francis Hime ficou em 64º lugar no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) e foi premiada por ter superado a meta, que é de 5,4. A escola recebeu nota 6,1.”

Em 2013, tive o apoio dos alunos que não estavam mais na escola, com o treinamento para os que iniciavam no 6º ano, com oficinas no contraturno. Foi um ano atípico, com uma greve que durou quase 90 dias e certamente prejudicou muito o

¹⁰ Retirado do site: <http://extra.globo.com/noticias/rio/alunos-de-escola-municipal-da-taquara-se-destacam-em-competicoes-de-matematica-6982229.html>, acessado em 08/08/2016.

¹¹ Retirado do site: <http://www.qedu.org.br/escola/173966-0716001-escola-municipal-francis-hime/ideb>, acessado em 08/08/2016

¹² Retirado do site: <http://extra.globo.com/noticias/educacao/com-grupo-de-estudos-professor-revoluciona-ensino-da-matematica-6473882.html>, acessado em 08/08/2016.

desempenho da escola. Ainda assim, tivemos 45 premiações para alunos, e a escola foi premiada pela 5ª vez consecutiva entre as 89 escolas com maiores pontuações do país. O maior destaque ficou por conta do Canguru Sem Fronteiras, onde tivemos a conquista de oito medalhas contra as três obtidas do ano anterior. Com uma equipe muito jovem, não conseguimos nenhuma medalha de ouro na OBMEP, mas o trabalho já apontava para um próximo ano promissor.

E de fato, 2014 foi um ano inesquecível. Tivemos um dos melhores desempenhos de nossa trajetória, comparável ao de 2012, com 39 alunos conquistando 59 premiações. Sagrei-me, na 10ª edição da OBMEP, professor premiado pela 6ª vez, e a escola, pela 6ª vez consecutiva, ficou entre as escolas com maiores pontuações do país.

Novamente tivemos dois alunos premiados com medalha de ouro na OBMEP: Gerson Manso Filho do 7º ano e Pedro Mariani do 9º ano. Vale destacar que dos 31 alunos classificados para 2ª fase da OBMEP, 28 foram premiados, o que corresponde a 90,3%.

A figura 5 apresenta uma foto da cerimônia de entrega dos prêmios. Na ocasião, recebi o troféu entregue aos professores que se destacaram nos 10 anos da OBMEP.



Figura 5 - Eu, Gerson e Pedro na Cerimônia de Premiação.

O resultado de 2014, projetou definitivamente a escola na mídia¹³, o professor Edward Frenkel, autor do livro “Amor e Matemática”, best-seller nos Estados Unidos, e

¹³<http://tvbrasil.etc.com.br/semcensura/episodio/sem-censura-presta-homenagem-aos-professores>, <http://extra.globo.com/noticias/rio/escola-publica-conquista-186-medalhas-em-olimpiadas-de-matematica-com-professor-que-usa-jogos-em-sala-16126035.html>, <http://www.rioeduca.net/blogViews.php?bid=14&id=1965>, <http://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/em-busca-do-ouro-de-um-futuro-7731259>, <http://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/com-grupo-de-estudos-professor-revoluciona-ensino-da-matematica-6473852>, <http://www.fenep.org.br/wp-content/uploads/2014/01/Clipping-FENEP-06.01.pdf>, <http://extra.globo.com/noticias/rio/premio-extraordinarios/premio-extraordinarios-conheca-os-candidatos-da-categoria-educacao-18044771.html>

de vídeos no YouTube com mais de 3 milhões de visitas, fez questão de conhecer os alunos da escola pública que virou referência em matemática no Rio de Janeiro e no Brasil, segundo matéria do Jornal o Dia de 08 de julho de 2015¹⁴:

“Foi uma experiência incrível. Eu olhei para os alunos, e os olhos deles brilhavam demais. Foi especial explicar que a matemática é inspiradora e por que isso é tão importante para o mundo atual, disse Frenkel.”

A palestra de Frenkel foi assistida por mais de 40 alunos que ficaram hipnotizados com seu amor pela matemática, como mostra a figura 6.



Figura 6 -Campeões da Matemática: alunos da escola Francis Hime conheceram o matemático Edward Frenkel (*Divulgação/O DIA*) e Frenkel, em visita à Escola Municipal Francis Hime, no Rio de Janeiro: ‘É urgente que haja mais diversão na sala de aula’ (*Divulgação/VEJA*)

Em entrevista a revista Veja em julho de 2015¹⁵, ele disse "Percebi uma enorme disposição para aprender", sobre os alunos que no final da palestra pediam autógrafos como estivesse recebendo um grande ídolo do esporte, e isso estava acontecendo com um professor de Matemática.

“O professor que se preocupa demais em ensinar o que vai ser cobrado em provas esquece-se de olhar para o aprendizado mais amplo. Fornecer ferramentas para pensar é importante, alerta; já decorar matéria para avaliações, não. - Quem vai gostar de matemática em um ambiente extremamente estressante? É urgente que haja mais diversão na sala de aula", ressalta Frenkel [...]
“Ele tem que acreditar em uma coisa: que não odeia matemática”, enfatiza, com a convicção de quem ama a disciplina.

¹⁴Retirado do site: <http://odia.ig.com.br/noticia/rio-de-janeiro/2015-07-08/neymar-da-matematica-visita-escola-municipal-premiada-em-jacarepagua.html>, acessado em 08/08/2016.

¹⁵Retirado do site: <http://veja.abril.com.br/educacao/acredite-voce-nao-odeia-matematica/>, acessado em 08/08/2016.

Com a grande repercussão do trabalho e das conquistas que vínhamos obtendo, fomos convidados a participar com um estudo de caso no Congresso Internacional Educação 360¹⁶. Eu convidei os ex-alunos premiados, Marlon Carvalho Benjamin, Lucas Silva Brito e Matheus Silva Brito para dinamizarmos uma oficina com jogos e atividades lúdicas sobre alguns conceitos, contrapondo com listas de exercícios tradicionais sobre os mesmos. O evento, promovido pelo Jornal O Globo e Extra, em parceria com a escola Sesc¹⁷, foi o primeiro contato desses jovens estudantes com um público bem diversificado. Tivemos várias reuniões e muitas reflexões sobre o que queríamos com a realização daquele trabalho. A figura 7 mostra uma imagem da oficina que ministramos.



Figura 7 - João Gabriel, de 10 anos, exercita a matemática na apresentação de estudo de caso do seminário Educação 360
Fabio Guimarães / Fabio Guimarães/ Agência O Globo

Em entrevista dada ao Jornal O Globo¹⁸, na ocasião, eu falei:

“A Matemática é dura, não é uma brincadeira. O lúdico serve, principalmente, para aquele aluno que tem mais dificuldade. No jogo, eles estão se exercitando, criando e construindo. O nosso método fez com que nos destacássemos nas olimpíadas, mas não foi criado para isso. Elas servem mais como pretexto para mobilizar essa garotada a chegar a lugares mais distantes, a partir de educação.” — diz o docente.

¹⁶ Encontro Internacional com a participação de professores, diretores, alunos, familiares e representantes da comunidade com realização de palestras, debates e estudos de caso dos mais variados temas. Realizado pelos jornais O Globo e Extra, em parceria com o SESC e a Prefeitura do Rio.

¹⁷ Escola Sesc, Serviço Social do Comércio é mantida pelos empresários do comércio de bens, turismo e serviços.

¹⁸ Retirado do site: <http://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/professor-de-matematica-conquista-estudantes-com-jogos-de-tabuleiro-17476571>, acessado em 08/08/2016.

A matéria ainda dizia que a dinâmica de grupo realizada com os participantes da palestra agradou à socióloga Míriam Shaw, doutoranda da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), que se rendeu à brincadeira:

“— Eu nunca fui muito boa em Matemática; vim aqui para exorcizar os fantasmas. No jogo, eu aprendi mais sobre números primos e outras operações e o mais legal foi a cooperação que houve no grupo, um ajudando o outro. Foi além da Matemática e atravessou outras esferas, como viver bem em equipe” — diz a acadêmica, membro do Grupo de Estudos da Complexidade.

Outra oportunidade para os alunos apresentarem nosso trabalho, nossa metodologia e nossas conquistas em congressos, seminários e palestras, foi no Seminário do Grupo de Pesquisa em educação Matemática do Cap–UERJ, GEMat–UERJ¹⁹, ocorrido em julho de 2015, mas agora com um público formado por professores e alunos de Matemática. Com uma palestra intitulada “Matemática e Jogos: uma metodologia que gera sucesso”, eu fui acompanhado da Kettelyn Rodrigues dos Santos, na ocasião, aluna da escola, cursando o 8º ano, onde dinamizamos alguns jogos e apresentamos a trajetória olímpica de nossa escola. Estava presente o Professor Orlando de Araujo que escrevia sua dissertação de Mestrado “*A avaliação da OBMEP como indutor de mudanças na prática pedagógica dos professores de matemática*”, defendida em novembro do mesmo ano, e que deu grande ênfase às conquistas da Francis Hime.

Segundo Araujo (2015, p. 83)²⁰,

“Das escolas selecionadas, a que obtive o melhor desempenho absoluto foi a Escola Municipal Francis Hime, localizada no bairro da Taquara, no Rio de Janeiro. No período analisado, ela obteve seis medalhas de ouro, cinco de prata e dezenove de bronze, além de 102 menções honrosas.

[...] Em função desses resultados, a escola está sendo amplamente mencionada na mídia. Além disso, um dos professores da equipe de Matemática da escola proferiu palestra na UERJ, em 23/7/2015.”

¹⁹ Retirado do site: <https://edumatcapuerj.wordpress.com/2015/07/17/matematica-e-jogos-uma-metodologia-que-gera-sucesso/>, acessado em 12/10/2016.

²⁰ ARAUJO, ORLANDO DE. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística, UERJ, 2015.

Foi com grande surpresa e alegria que, no final do ano de 2015, recebi a indicação para o prêmio Extraordinários do jornal Extra na categoria “Educação Nota 10”, pelo trabalho desenvolvido na Francis Hime com as olimpíadas de Matemática. Em outra Categoria, “Superação”, concorria um aluno que tinha estudado comigo durante todo o ensino médio do Colégio Wakigawa da Tijuca, quando iniciava na profissão em meados dos anos 90, chamado Wall Schneider, idealizador de um projeto social que busca transformar a vida de crianças de classes menos favorecidas através da arte, ao qual sempre tive muito apreço por sua trajetória de luta, conquista e sucesso.

Segundo o texto publicado em 15 de novembro de 2015 no jornal Extra²¹:

“Luiz Felipe Lins sempre gostou de resolver problemas. Na época de estudante, percebeu que a Matemática, ensinada na base da decoreba, inspirava medo em seus colegas. Decidiu, então, encarar o desafio de tornar a disciplina prazerosa: começou a inventar jogos com tabuleiros e cartelas para ensinar as operações de forma dinâmica e divertida. Hoje, o professor brinca com os números na Escola Municipal Francis Hime, na Taquara: 186 alunos já conquistaram medalhas em olimpíadas de Matemática.”

Em 2015, tivemos 28 alunos premiados em olimpíadas; eu e a escola fomos premiados, desta vez, dentro do grupo em que éramos incluídos, de acordo com o número de alunos inscritos na 1ª fase da OBMEP.

1.4 - Resumo das premiações da Escola Municipal Francis Hime

Apresento, a seguir, um resumo das premiações da Escola Municipal Francis Hime nas seguintes Olimpíadas de Matemática: OBMEP, participações de 2005 a 2015; Canguru de Matemática Brasil, de 2010 a 2015; na OMERJ, de 2004 a 2015 e um quadro com o total de premiações obtidas ao longo de 11 anos de participações nessas olimpíadas.

Na Tabela 2, temos o número de medalhas de ouro, prata e bronze, além das premiações conquistadas pelos professores e escola nas 11 edições da OBMEP.

²¹ Retirado do site: <http://extra.globo.com/noticias/rio/premio-extraordinarios/premio-extraordinarios-conheca-os-candidatos-da-categoria-educacao-18044771.html> , acessado em 08/08/2016

Tabela 2 – Resumo das Premiações na OBMEP

Premiações na OBMEP de 2005 a 2015		
ANO	DETALHAMENTO DOS PREMIO	TOTAL DE PREMIO
PREMIAÇÕES DE 2005 A 2015	8 MEDALHAS DE OURO 8 MEDALHAS DE PRATA 23 MEDALHAS DE BRONZE 136 MENÇÕES HONROSAS 10 PREMIAÇÕES DE PROFESSORES 7 PREMIAÇÕES ESCOLARES	175 PREMIAÇÕES PARA ALUNOS + 17 PREMIAÇÕES ESCOLA/PROFESSORES

Fonte: www.obmep.org.br

Na figura 8 temos imagens das premiações dos alunos: Bruna Soares Ladislau, ouro no ano de 2009, em cerimônia com a presença do Ex-Presidente da República Luiz Inácio Lula da Silva (à esquerda); e Marlon Carvalho Benjamin, ouro nos anos de 2010, 2011 e 2012, em cerimônia com a presença da Presidente da República Dilma Rousseff (à direita).



Figura 8 - Bruna Soares Ladislau, Marlon Carvalho Benjamin nas cerimônias de premiações dos medalhistas de ouro da OBMEP 2009, 2010, 2011 e 2012.

A figura 9 mostra Marcos Vinicius de Oliveira Soares com Marlon Carvalho Benjamin, ouro em 2012; Gerson Fernandes Manso Filho com Pedro Henrique Mariani Barros, ouro na edição de 2014.



Figura 9 - Marcos Vinicius de Oliveira Soares, Marlon Carvalho Benjamin, Gerson Fernandes Manso Filho e Pedro Henrique Mariani Barros, ouro nas edições de 2012 e 2014.

Na Tabela 3, temos o quantitativo de medalhas de ouro, prata e bronze, além das Menções Honrosas conquistadas pelos alunos na Olimpíada Canguru de Matemática Brasil, que é detalhado ano a ano, no período de 2010 a 2015.

Tabela 3 – Resumo das premiações Canguru de Matemática Brasil
Premiações na Olimpíada Canguru Sem Fronteiras de 2010 a 2015

ANO	DETALHAMENTO DOS PREMIOS		TOTAL DE PREMIOS
2010	Nível 1	1 MEDALHA DE PRATA	3 PREMIAÇÕES
	Nível 2	2 MEDALHAS DE BRONZE	
2011	Nível 1	2 MEDALHAS DE PRATA 1 MENÇÃO HONROSA	4 PREMIAÇÕES
	Nível 2	1 MENÇÃO HONROSA	
2012	Nível 1	1 MEDALHA DE BRONZE	3 PREMIAÇÕES
	Nível 2	1 MEDALHA DE OURO 2 MEDALHAS DE BRONZE	
2013	Nível 1	5 MEDALHAS DE BRONZE 1 MEDALHA DE PRATA	8 PREMIAÇÕES
	Nível 2	2 MEDALHAS DE PRATA	
2014	Nível 1	1 MEDALHA DE PRATA 2 MEDALHAS DE BRONZE	5 PREMIAÇÕES
	Nível 2	1 MEDALHA DE OURO 1 MEDALHA DE PRATA	
2015	Nível 2	1 MEDALHA DE OURO 6 MEDALHAS DE PRATA 3 MEDALHAS DE BRONZE	10 PREMIAÇÕES

Fonte: <http://www.cangurudematematicabrasil.com.br/>

A figura 10 traz as medalhas e quadros com os certificados de premiação do Canguru sem Fronteira realizada na biblioteca de nossa escola em 2015. Na foto à direita, temos a premiação do aluno Jenkley Borges de Queiroz Souza Soares feita pelo Matemático Americano Edward Frenkel em sua visita à escola.



Figura 10 - Premiação da Olimpíada Canguru Sem Fronteiras 2015

Na Tabela 4, temos um resumo do número de medalhas de ouro, prata e bronze, das Menções Honrosas conquistadas pelos alunos e das premiações escolares na Olimpíada de Matemática do Estado do Rio de Janeiro (OMERJ) no período de 2004 a 2015.

Tabela 4 – Resumo das premiações da OMERJ

Premiações da OMERJ de 2004 a 2015		
ANO	PREMIAÇÕES	TOTAL DE PREMIOS
PREMIAÇÕES DE 2004 A 2015	21 MEDALHAS DE OURO 45 MEDALHAS DE PRATA 73 MEDALHAS DE BRONZE 75 MENÇÕES HONROSAS	214 PREMIAÇÕES PARA ALUNOS 22 PREMIAÇÕES NA CATEGORIA ESCOLAR

Fonte: <http://omerj.org/>

Na Tabela 5, temos um resumo do número de premiações em cada uma das Olimpíadas de Matemática que a escola participa, do total de medalhas conquistadas em cada uma, assim como o total de premiações para alunos, incluindo as menções honrosas que são conferidas, para professores e para a escola.

Tabela 5 – Resumo geral das premiações conquistadas.

Premiações nas Olimpíadas Participadas:	
OBMEP	39 MEDALHAS + 136 MENÇÕES + 10 PROFESSORES+ 7 ESCOLAR
OMERJ	139 MEDALHAS + 75 MENÇÕES + 22 ESCOLA
CANGURU	32 MEDALHAS + 2 MENÇÕES
OBM	1 MEDALHA E 1 MENÇÃO
TOTAL DE MEDALHAS	
	211
PREMIAÇÕES PARA ALUNOS	
	425
PREMIAÇÕES PARA PROFESSORES	
	12
PREMIAÇÕES PARA ESCOLA	
	29

2 - Recursos Didáticos.

Nesse capítulo apresentarei algumas propostas de atividades que construí ao longo desses anos, de modo a trazer outro olhar para determinados conceitos, por hora através de sequências didáticas e por outra com a utilização de recursos lúdicos, como jogos.

No decorrer desse capítulo, descrevo as quatro atividades mais aplicadas nas minhas turmas. Explico as regras dos jogos e o seu principal objetivo didático. Começo com uma atividade que ajuda os alunos a resolverem equações do 2º grau, utilizando áreas. Depois apresentado um jogo que constrói o conceito da adição de inteiros. A terceira é uma atividade que desenvolve o conhecimento das características de sólidos geométricos fazendo a construção de poliedros. Por fim, é explicado um jogo que trabalha com divisores e números primos.

2.1- Resolvendo Equações do 2º grau por fatoração, através da composição de áreas de figuras planas

Uma das sequências didáticas que vou destacar neste capítulo é a que resolve as equações do 2º grau através da fatoração, a partir do conceito de área. Essa atividade é desenvolvida para turmas de 9º ano do ensino fundamental, sendo necessários 120 minutos para sua realização, e sem que os alunos conheçam a fórmula resolutiva de uma equação, conhecida por “fórmula de Bhaskára”.

Seu principal objetivo é trabalhar equações que possam ser resolvidas por fatoração e completando quadrados em trinômios do segundo grau assim como aplicá-lo na resolução de equações do segundo grau. Como pré-requisito destaco: saber operar e fatorar expressões algébricas, utilizar os produtos notáveis e determinar a área de quadrados e retângulos.

Os alunos recebem, individualmente um kit, que contém dois tipos de quadrados: um menor da cor vermelha, um maior da cor azul e retângulos da cor amarela. O quadrado vermelho tem a medida de seu lado equivalente à medida do lado menor do retângulo amarelo, que possui o lado maior equivalente ao lado do quadrado

azul. Não há uma relação inteira entre a medida do lado do quadrado azul e a medida do lado menor do retângulo amarelo.

Cada um recebe uma folha com uma sequência didática²², onde o aluno registra sua percepção, a partir das duas informações dadas:

. O quadrado pequeno tem uma unidade de área, e consideraremos o lado maior do retângulo amarelo como x unidades de comprimento, mesmo sabendo que se o quadrado vermelho tem lado definido, existe uma relação entre x e esse lado;

. Ao colocar uma peça ao lado da outra, estaremos somando áreas. Ao passo que, ao colocar a peça sobre a outra, estaremos subtraindo áreas.

O objetivo das situações contidas inicialmente, ilustrada pela Figura 11, é para que ele identifique as três peças por suas áreas. A partir das duas informações dadas, as duas primeiras perguntas são para determinar a área do quadrado maior e do retângulo.

Escola Municipal Francis Hime	
RESOLVENDO EQUAÇÕES POR FATORAÇÃO, ATRAVÉS DA COMPOSIÇÃO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS	
Nome:	Turma:
<p>Vocês estão recebendo um Kit, contendo quadrados e retângulos. Considere que o quadrado pequeno meça 1 unidade de área e o lado do retângulo tenha x unidades de comprimento.</p> <p>Ao colocar uma peça ao lado da outra, estaremos somando áreas. Ao colocar uma peça sobre a outra, estaremos subtraindo áreas.</p> <p>⇒ Qual a área do retângulo? Justifique através de um desenho.</p> <p>⇒ Qual a área do quadrado maior? Justifique através de um desenho.</p>	

Figura 11-Sequência didática e PowerPoint para discussão.

Como a área do quadrado vermelho é de uma unidade de área, conclui-se que a medida de seu lado é uma unidade de medida. E como o lado menor do retângulo tem a mesma medida do lado do quadrado menor, e o lado maior nomearemos de x unidades de comprimento, sua área será x unidades de área. Ainda, como o lado maior do retângulo tem a mesma medida do lado do quadrado maior (azul), sua área terá x^2 unidades de área.

As situações seguintes são feitas com a utilização do material e com meu encaminhamento. Vale destacar que há mais de uma forma de representar o retângulo obtido pela composição dessas áreas, sem modificar suas dimensões. Com uma animação feita em PowerPoint, apresento uma das formas e construo com eles que a

²²Vide anexo 1, Resolvendo Equações por Fatoração, através da Composição de Áreas de Figuras Planas.

representação dessa soma de áreas é a mesma feita a partir do produto das dimensões do retângulo resultante. Daí, concluímos que se um produto é zero, necessariamente, um de seus fatores é igual a zero.

Há de se ter um cuidado muito grande para que os alunos não associem que os valores encontrados sejam as medidas dos lados das figuras que utilizaram, já que zero e -2 não poderiam ser medidas dos lados de um quadrilátero.

O conceito geométrico utilizado nesse caso foi mostrar que a área total do retângulo pode ser representada pela soma das áreas de cada parte ($A = x^2 + x + x = x^2 + 2x$) ou através do produto das dimensões de seus lados ($A = x \cdot (x + 2)$). Já, para determinarmos os possíveis valores para que expressão da área seja igual a zero, tem uma implicação na propriedade algébrica da multiplicação, pois para que um produto de fatores dê zero, necessariamente, um de seus fatores é zero. O conceito geométrico tem por finalidade escrever a soma dos dois termos algébricos na forma de um produto e a indagação dos possíveis valores para que a expressão que representa essa área dê zero, tem uma implicação sobre uma propriedade algébrica da multiplicação. Se os alunos já trabalharem com esse material quando da construção do conceito de produtos notáveis e de fatoração, essa passagem ficará mais clara sobre essas duas etapas desenvolvidas.

A Figura 12 mostra uma proposta de solução para a situação-problema apresentada.

⇒ Forme um retângulo de área $x^2 + 2x$ e ilustre seu resultado.

⇒ Exprese a área desse retângulo na forma de um produto.

⇒ Qual o valor de x , para que a expressão que representa a área do retângulo seja igual a zero. Justifique.

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x \cdot (x + 2) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

Figura 12-Apresentação de uma proposta de solução.

Na próxima situação, ilustrada a seguir na Figura 13, sugiro que se discuta sua solução em duplas. Eu caminho dentro da sala, atuando como intermediador das dúvidas surgidas e motivando-os para novas reflexões.

Situação 1

a) Forme um retângulo de área $x^2 - 3x$ e ilustre seu resultado.

b) A partir da ilustração, escreva a área da figura na forma de um produto.

c) Determine a solução da equação $x^2 - 3x = 0$

Figura 13-Situação sugerida e apresentação de uma das soluções em PowerPoint.

Nesse caso, a situação envolve a subtração de áreas, portanto as peças deverão ser sobrepostas. Novamente há mais de uma forma de representar o retângulo obtido pela sobreposição dessas áreas, mas que não modificam as suas dimensões. Também utilizo a animação feita em PowerPoint, apresentando uma das formas de solução, mostrando-os que essa diferença pode ser representada pelo produto das dimensões do retângulo resultante, destacado na imagem em azul.

No início dessa atividade sempre destaco que o ideal é não haver uma relação inteira entre a medida do lado do quadrado azul e a medida do lado menor do retângulo amarelo. Isso deve ficar bem explícito, pois do contrário, o aluno acharia que quatro retângulos equivaleriam a um quadrado azul: assim teríamos de $x^2 = 4x$, algo viável, mas sem finalidade para essa atividade. Então na hora da confecção das peças, há de se ter esse cuidado, pois uma atividade lúdica pode se transformar em um “nó” na cabeça deles.

A situação 2, mostrada na Figura 14, utiliza todas as diferentes formas apresentadas no kit. Temos agora um trinômio do 2º grau que pode ser fatorado, e também tem mais de uma forma de apresentação quando da formação do retângulo resultante.

Nesse caso, deixo que eles reflitam sobre os resultados da forma fatorada do polinômio, apesar das diferentes composições de figuras.

Situação 2

a) Forme um retângulo de área $x^2 + 3x + 2$ e ilustre seu resultado.

b) Qual a solução da equação $x^2 + 3x + 2 = 0$? Justifique.

Figura 14-As duas formas de representação mais comuns

Mais adiante proponho seis equações para serem resolvidas utilizando as mesmas estratégias anteriores e o material recebido. No entanto, temos situações em que primeiro devemos compor áreas para depois retirar, como no caso de $x^2 - 2x + 1 = 0$. Primeiro somamos x^2 com 1, para depois retirarmos os $2x$, ficando com um quadrado de lado $x - 1$, ilustrado na Figura 15.

Certamente a intervenção do professor será necessária nesse momento. Esse primeiro contato com essa estratégia de resolução é mais complexa que as demais e exige um olhar mais apurado, que se adquire com a experiência frente a essas situações. Na situação seguinte, $x^2 - 4x + 3 = 0$, o mesmo procedimento é necessário e certamente, eles conseguirão sozinhos.

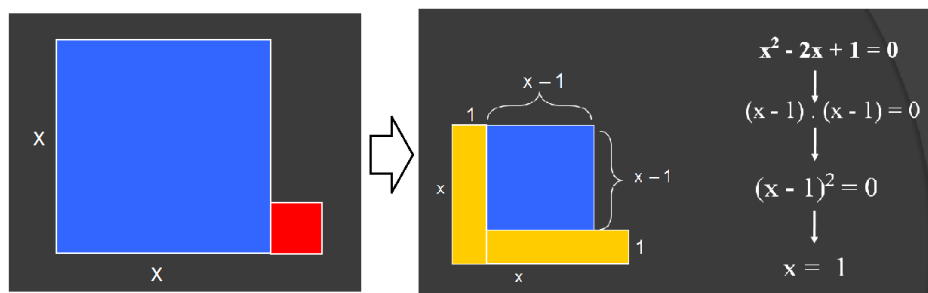


Figura 15-Mostra as equações $x^2 + 1$ (composição) e $(x^2 + 1) - 2x$ (sobreposição)

Apresento a situação seguinte, que chamo de Método Árabe ou método de Al-Khowarizmi, a fim de construir, junto com eles, a fórmula de resolução de qualquer equação do 2º grau, também conhecida como fórmula de Bhaskára. A primeira situação é tentar resolver a equação $x^2 + 8x - 20 = 0$.

Pergunto se é possível com o material do kit, montar um quadrado com $x^2 + 8x$. Mais ainda, se seria possível montar esse quadrado utilizando quadrados menores. Caso eles não consigam obter conclusões a partir das indagações feitas, mostro a imagem ilustrada na Figura 16.

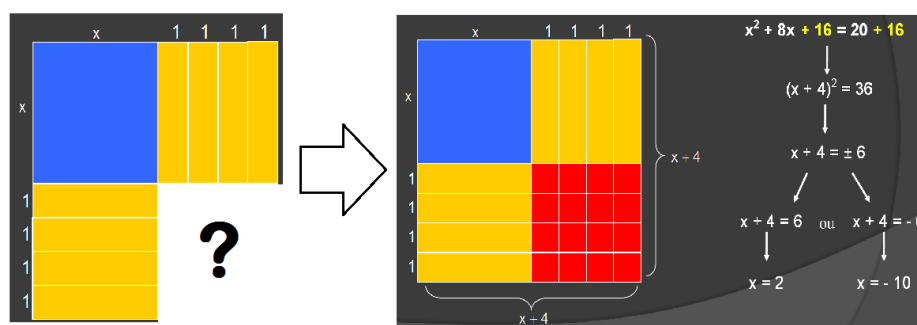


Figura 16-Resolução da equação $x^2 + 8x + 16 = 0$ pelo Método Árabe

Com 16 quadrados menores, teremos um quadrado de lado $x + 4$, mas, se acrescentarmos 16 em um dos membros de uma equação, devemos acrescentar ao outro também. Assim, a equação $x^2 + 8x = 20$ é equivalente a $x^2 + 8x + 16 = 36$. Por fatoração e procedimentos algébricos, concluímos que os resultados dessa equação são $x = 2$ e $x = -10$.

Nessa etapa do trabalho, mostro a eles que completar quadrados é mais um método de resolução de equações do 2º grau.

Apresento mais uma situação para que seja resolvida por esse método e peço que os alunos generalizem a solução da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, e a, b e c reais, ilustrada na Figura 17.

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \quad (\div a) \\
 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} &= 0 \\
 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 \Rightarrow x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\
 \Rightarrow x + \frac{b}{2a} &= \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \Rightarrow x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
 \end{aligned}$$

Figura 17-Resolução da equação $ax^2 + bx + c = 0$

2.2- Subindo e Escorregando

Outra atividade que vou relatar aqui é o jogo “Subindo e Escorregando”, um jogo disparador de conteúdo que envolve a adição de números inteiros.

Esse jogo é desenvolvido para turmas de 7º ano do ensino fundamental, sendo necessários 4 horas/aulas (50 minutos) para sua realização, assim distribuído: 2 horas/aulas para confecção do tabuleiro, pinos e dados, e 2 horas/aulas para sua execução.

Seu principal objetivo é construir o conceito da adição de números inteiros. Como pré-requisito, destaco: comparar e ordenar números inteiros, localizar e interpretar os inteiros na reta numérica e o resgate do conceito de números opostos ou simétricos.

Segundo Rêgo e Rêgo (2000)²³, a utilização de novas metodologias na sala de aula faz-se necessária a partir do momento em que o aluno se torna sujeito de sua própria aprendizagem, e a motivação através de recursos lúdicos são inerentes a idade que possuem, ao desejo e curiosidade de descobrir o novo.

Smole, Diniz, Pessoa e Ishihara (2008)²⁴ acrescentam que:

“[...] se tratando de aulas de matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional de ensino, que muitas vezes tem no livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático.”
(p. 9)

Quando me refiro a “um jogo disparador de conteúdo”, quero dizer que deve ser aplicado a um conceito que os alunos ainda não aprenderam. Por exemplo, eles já tiveram contato com os números negativos, suas aplicações em situações como indicador de temperaturas, saldos bancários, altitudes e profundidades, o conceito de oposto e simétrico, de módulo ou valor absoluto, e a localização na reta numérica, mas ainda não trabalharam a operação de adição de inteiros.

O material necessário para sua realização é uma folha de papel quarenta quilos, papel cartão ou mesmo cartolina, régua, lápis de cor ou canetinha, tesoura e cola. Material para a construção dos “pinos” que identificarão cada jogador e os moldes de dados, com números positivos e negativos em sua face, elaborados pelo professor.

²³RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M. Matemática ativa. João Pessoa: Universitária/UFPB, INEP, Comped: 2000.

²⁴SMOLE, KÁTIA STOCCO; PESSOA, NADIA; DINIZ, MARIA IGNEZ; ISHIHARA, CRISTIANE. Jogos de Matemática: de 1º e 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008. (Cadernos do Mathema –Ensino Médio)

A organização do espaço deve ser em grupos de 4 a 6 alunos, onde todo material é confeccionado em sala, respeitando as habilidades e individualidades de cada um deles. Há os que se responsabilizarão pela confecção do tabuleiro, que se constitui em uma trilha de inteiros, onde o zero é a origem, e que tenha o mesmo número de casas no sentido positivo e no sentido negativo, por exemplo, de -20 a $+20$, e os outros se responsabilizarão pela confecção dos pinos e a montagem dos dados.

A Figura 18 mostra algumas etapas na construção do jogo: A pintura e montagem dos dados utilizados, e a confecção dos pinos.

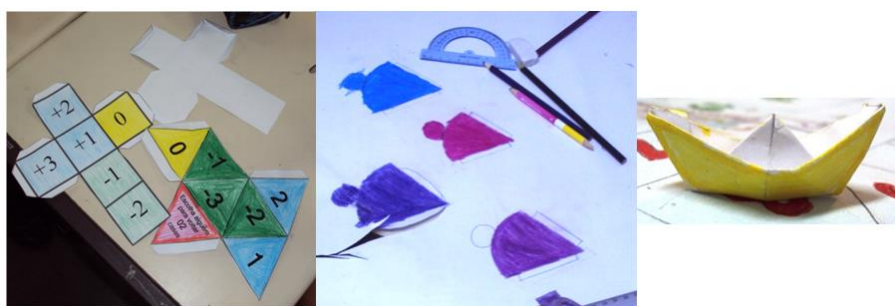


Figura 18-Dados planificados para a montagem e confecção de pinos de identificação

Regras do jogo:

- 1) Estabelecer uma ordem para os jogadores;
- 2) A princípio, cada jogador lança os dois dados, onde valores positivos indicam o número de casas que ele deve avançar e negativos, o número de casas que deve retroceder. Por exemplo, se no lançamento saíramos números -3 e $+2$, significa que ele deve avançar duas casas consecutivas à posição em que se encontra e retroceder três casas a partir da casa que parou após o primeiro movimento;
- 3) O vencedor é aquele que primeiro atinge a casa de maior valor positivo ou de menor valor negativo.

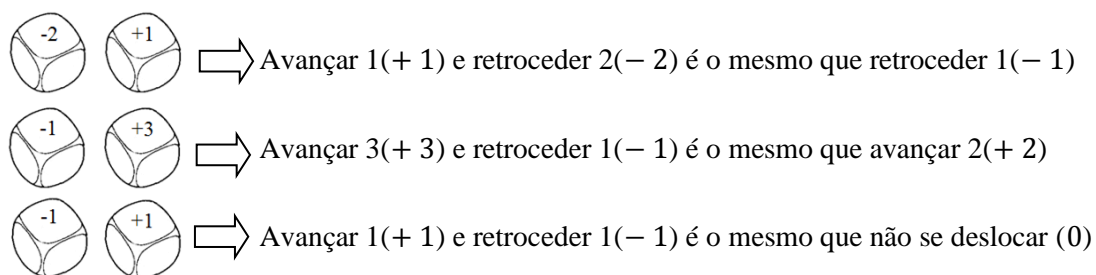
Na Figura 19, tabuleiros elaborados em sala por diferentes grupos de alunos.



Figura 19-Tabuleiros confeccionados pelos alunos

O objetivo é que o aluno não fique avançando e retrocedendo durante todas as rodadas da partida e sim, utilize apenas um movimento que é o resultado da soma dos números obtidos nas faces dos dados. Quando os alunos estão jogando, circulo pela sala entre os grupos estimulando que esse raciocínio seja percebido por todos os integrantes, mas respeitando o tempo daqueles que ainda avançam e retrocedem, em cada jogada, seus pinos nas casas do tabuleiro. Outra observação a sinalizar é que não há necessidade em avançar e retroceder quanto à retirada de números opostos.

Alguns resultados que podem ser obtidos:



Após estarem familiarizados com a “adição” de inteiros com duas parcelas, dou outro molde de dado, na forma de um tetraedro para que pratiquem com três parcelas. Esse processo é explicado para que entendam a finalidade do jogo como um motivador na construção desse conceito. Deixo claro que seria muito menos agradável colocar a explicação com exemplos no quadro do que estimulá-los a perceber como acontece esse processo.

No início da organização dos grupos, mostro que estarei avaliando todo o processo de construção, desde a organização do espaço ao capricho na confecção do material. A Figura 20 mostra a ficha que cada grupo recebe com os itens que estarei observando, afim de uma pontuação que servirá como uma das notas de minha avaliação.

01	Organização do Grupo: Todos colaboraram? Houve brigas e discussões?	0 a 10 pts	
02	Tabuleiro: Capricho, Limpeza visual, Criatividade na elaboração do circuito, pintura e apresentação.	0 a 20 pts	
03	Pinos e confecção dos dados.	0 a 10 pts	
04	Limpeza do espaço: papel no chão, ponta de lápis e arrumação das mesas no início e final.	0 a 10 pts	
Nota alcançada			

Figura 20-Ficha com os critérios avaliados

Como fechamento, discutimos as situações encontradas, que independente de avançar ou retroceder sempre, até porque vencia quem chegasse a qualquer das extremidades. Vale ressaltar, que meu objetivo com isso era tentar acabar com esse aspecto de que negativo estava relacionado sempre a algo ruim, como a história mostrava. Destaco também que o fator sorte no resultado do lançamento dos dados tem um importante papel para aqueles que não conseguem lidar com perdas, e que nesse caso, o resultado obtido no lançamento dos dados sobrepõe às estratégias de raciocínio que se possa ter.

Com a ajuda deles, coloco os tabuleiros em exposição com as regras e a finalidade desse jogo, conforme mostra a Figura 21:



Figura 21-Exposição dos trabalhos no mural da turma

Grando (1995)²⁵ressaltou em sua pesquisa:

“Muitas vezes os educadores tentam utilizar jogos em sala de aula sem, no entanto, entender como dar encaminhamento ao trabalho, depois do jogo em si. Também, nem sempre dispõem de subsídios que os auxiliem a explorar as possibilidades dos jogos e avaliar os efeitos dos mesmos em relação ao processo ensino-aprendizagem da Matemática. A grande maioria ainda vem desenvolvendo as atividades com jogos espontaneamente, isto é, com um fim em si mesmo, “o jogo pelo jogo”, ou imaginando privilegiar o caráter apenas motivacional. Nota-se certa ausência de preocupação em se estabelecer algum tipo de reflexão, registro, pré-formalização ou sistematização das estruturas matemáticas subjacentes à ação no jogo (análise).” (p.5)

²⁵GRANDO, REGINA CÉLIA. O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino/aprendizagem da matemática. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

2.3- Construção de Sólidos Geométricos

A construção de sólidos geométricos no 6º ano é de grande importância no desenvolvimento dos conceitos geométricos nessa etapa dos estudos. A sua construção e manipulação permite aos alunos terem contato com as figuras planas que os compõem a partir da observação de suas planificações, de suas formas e, depois façam relações com a classificação de cada uma delas com a família dos sólidos estudados.

Essa atividade é desenvolvida em turmas de 6º ano do ensino fundamental, sendo necessárias 4 horas-aula, ou seja, 3 horas e 20 minutos para sua realização, assim distribuídos: 2 horas-aula para a pintura e confecção dos 11 moldes dos sólidos, e 2 horas-aula para o desenvolvimento das situações-problema contidas na lista de atividades.

Os objetivos são: reconhecer os sólidos geométricos e suas planificações; diferenciar uma pirâmide de um prisma, a partir de suas características; e estabelecer relações entre o número de faces, vértices e arestas em um poliedro convexo.

Como pré-requisito, destaco a identificação e reconhecimento de figuras planas pelos alunos.

Segundo o artigo do Professor Altair Baldissera²⁶, no portal Dia a dia educação do governo do Paraná:

“Atualmente as escolas trabalham a geometria espacial por meio de dedução das fórmulas e resolução de exercícios, sendo um trabalho muito mecânico. Com isso os alunos se confundem na realização das atividades e não compreendem os conteúdos e conceitos da mesma. Pelo fato de apresentar uma quantidade de fórmulas, os alunos não conseguem visualizar os objetos e nem fazer relação com os que estão ao seu redor.”

Na aula anterior à realização dessa atividade, peço aos alunos que se dividam em grupos com 4 ou 5 integrantes e tragam para o dia da realização, canetinha, cola, régua, tesoura, duas cartolinas e uma caixa de papelão para que sejam depositados os sólidos construídos.

²⁶Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/832-4.pdf>, acessado em: 04 ago, 2016.

No dia da atividade, o espaço físico é organizado de forma que sentem juntos, e entrego a cada grupo um kit com a planificação de 11 sólidos, em 11 folhas de A4 (um por folha), contendo:

- 1) cubo ou prisma quadrangular ou hexaedro;
- 2) paralelepípedo ou prisma de base retangular;
- 3) prisma de base triangular;
- 4) prisma de base pentagonal;
- 5) prisma de base hexagonal;
- 6) pirâmide de base triangular ou tetraedro;
- 7) pirâmide de base quadrada;
- 8) pirâmide de base pentagonal;
- 9) pirâmide de base hexagonal;
- 10) cilindro;
- 11) cone.

Segundo o mesmo artigo de Baldissera²⁷:

“Considerando que os alunos da disciplina, no futuro, poderão necessitar desses conteúdos em seus trabalhos, é importante que construam, enquanto em formação, conhecimento geométrico sob um olhar prático e também lúdico, o que pode ser uma ‘porta de entrada’ para a aprendizagem da Geometria na escola. É dentro deste espírito que os alunos são convidados a construir os sólidos geométricos.”

Peço que dividam suas funções de acordo com as habilidades individuais de cada um. Aquele que prefere pintar ao invés de cortar e colar, se encarrega da pintura; aquele que prefere cortar e montar, precisa esperar que os moldes sejam pintados para executar sua tarefa. O mais importante é que todos participem da montagem dos sólidos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais²⁸ destacam que esse tipo de interação é de grande importância em atividades como essa (BRASIL, 1997, p.31):

²⁷idem.

²⁸BRASIL. Ministério da educação e cultura. Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio. V.2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006

“[...] a interação entre alunos desempenha papel fundamental na formação das capacidades cognitivas e afetivas. Em geral, explora-se mais o aspecto afetivo dessas interações e menos sua potencialidade em termos de construção de conhecimentos.”

Esse momento de construção me permite circular pela sala, entre os grupos, orientando-os na maneira de cortar, colar e montar, instigando o aluno a perceber as características comuns entre os sólidos, buscando junto com eles, a observação de elementos comuns daqueles que compõem a família dos poliedros regulares, formada pelos prismas e pirâmides, e as diferenças entre esses e os não poliedros formada pelo cone e o cilindro.

A figura 22 mostra a colagem dos sólidos em cartolina, e sua montagem realizada pelos alunos.

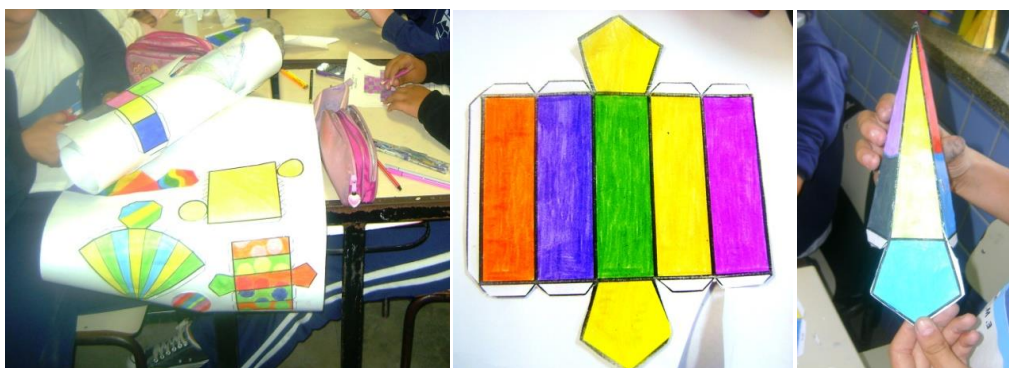


Figura 22-Colagem dos moldes na cartolina, pintura e montagem.

Depois que todos os sólidos são montados, peço-lhes que os separe em dois grupos: os que são totalmente planos dos que possuem alguma superfície que não seja plana. Com nove sólidos em um dos grupos e dois no outro, exploro as diferenças dos poliedros classificados como regulares daqueles que são classificados como corpos redondos ou não poliedros.

Agora, com os nove sólidos que possuem toda sua superfície formada por figuras planas, eles devem subdividi-los em dois novos grupos: os que possuem laterais triangulares e os que possuem laterais retangulares. Classifico esses dois grupos como elementos das famílias dos prismas (com laterais retangulares) e das pirâmides (com laterais triangulares), aproveitando para informar que são nomeados de acordo com seu polígono da base e destacar os elementos chamados de faces, vértices e arestas.

Os outros dois sólidos que não possuem todas as superfícies planas, os não-poliedros, nomeio-os de cone e cilindro, mostrando suas características comuns, como as bases, que são circulares e destacando que, apesar de suas laterais não serem planas eles foram construídos a partir de moldes onde as figuras estavam planificadas. Nesse momento, apresento a esfera como o outro sólido geométrico que compõe o que chamo de “família” dos sólidos, destacando que ela não possui nenhuma superfície plana, sendo totalmente não plana.

No final dessa aula, estimulo que eles tragam os poliedros (prismas e pirâmides), construídos com canudos, palitos de churrasco ou de fósforo ou de sorvete, arame e que destaquem seus vértices com massinhas, isopor ou jujuba, como ilustrado na figura 23 que mostra os sólidos do kit construídos e outros feitos pelos alunos.

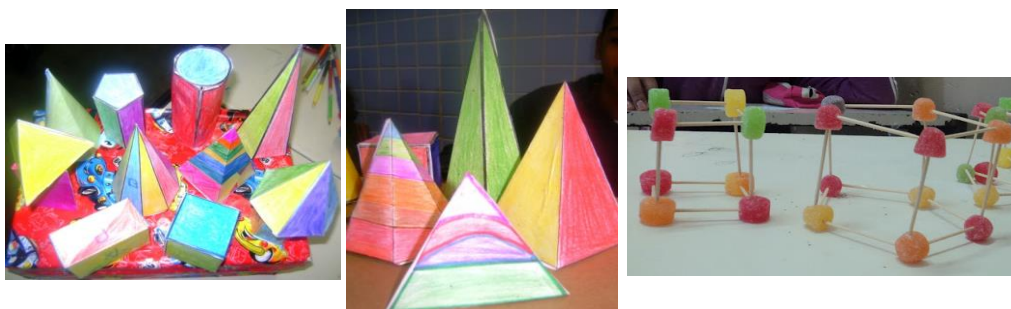


Figura 23 - Os 11 sólidos construídos e as pirâmides destacadas e os com jujubas nos vértices

Na aula seguinte, distribuo uma lista, disponível no anexo desse trabalho, que mescla teoria com exercícios e atividades que estimulem o raciocínio dedutivo e a percepção de regularidades para serem resolvidas em grupo e com a utilização do material construído.

Com essa lista vou ao encontro do que Pais (2000, p. 13-34)²⁹ comenta:

“Nas atividades de ensino de geometria, envolvendo o uso de materiais, é preciso estar duplamente vigilante para que toda informação proveniente de uma manipulação esteja em sintonia com algum pressuposto racional e, ao mesmo tempo, que todo argumento dedutivo esteja associado a alguma dimensão experimental.”

²⁹ Disponível em: <http://anped.org.br/23/textos/1919t.pdf>, acesso em: 04 ago, 2016.

Destaco na figura 24 a seguir uma das situações-problema proposta onde é necessário determinar o número de faces, vértices e arestas, assim como nomear os sólidos destacados pelas ilustrações dadas.

2. Complete a tabela e verifique se é possível estabelecer alguma relação entre a quantidade de faces, vértices e arestas de um prisma.






Sólido	Nome do prisma	Polígono da base	Nº de lados do polígono da base			
				Nº de Faces	Nº de Vértices	Nº de Arestas
		Triângulo				
		Quadrado				
		Retângulo				
		Pentágono				
		Hexágono				

Figura 24 - Relação entre faces, vértices e arestas nos prismas.

Nesse caso, o intuito é que eles percebam que nos prismas, conhecido o polígono da base, o número de vértices será sempre o dobro da quantidade de lados desse polígono, assim como o número de arestas será o triplo dessa quantidade.

Já no próximo exercício, ilustrado na figura 25, envolvendo pirâmides, o intuito é que percebam que sabendo qual é o polígono da base, o número de arestas será o dobro do número de lados desse polígono, e o número de faces e vértices excederá sempre em uma unidade a essa quantidade de lados.

3. Complete a tabela e verifique se é possível estabelecer alguma relação entre a quantidade de faces, vértices e arestas de uma pirâmide.





Sólido	Nome da pirâmide	Polígono da base	Nº de lados do polígono da base			
				Nº de Faces	Nº de Vértices	Nº de Arestas
		Triângulo				
		Quadrado				
		Pentágono				
		Hexágono				

Figura 25 - Relação entre faces, vértices e arestas nas pirâmides.

Esse encaminhamento de raciocínio que desenvolve a capacidade do aluno perceber relações entre os elementos envolvidos e generalizar regularidades a partir da observação de padrões, como no caso da quantidade de faces, vértices e arestas dos prismas e das pirâmides é destacado nos Parâmetros Curriculares Nacionais³⁰:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.

Em determinados grupos é possível chegarmos à relação reconhecida pelo matemático suíço Leonard Euler (1707-1783)³¹ para os elementos de um poliedro, onde, a soma do número de faces e vértices excede em duas unidades a quantidade de arestas: $V + F = A + 2$.

Como fechamento dessas sequências didáticas, faço uma exposição dos trabalhos em local visível, mostrado na figura 26, e uma avaliação escrita como parte do processo avaliativo. É importante valorizar todas as etapas, desde a organização em grupos para a construção dos sólidos até o momento de socialização das estratégias de resolução das situações propostas na lista de exercícios construídas por eles.



Figura 26-Exposição dos trabalhos nos murais da escola

Certa vez, aproveitei as técnicas do pintor Modernista Pieter Cornelis Mondrian (1872 - 1944)³², que utilizava retângulos de cores primárias e separados por linhas

³⁰ Ibid, p.56

³¹ Disponível no site: <http://www.infoescola.com/geometria-espacial/poliedros/>, acessado em 11/08/2016.

³² Disponível no site: <http://www.infoescola.com/biografias/piet-mondrian/>, acessado em 11/08/2016.

pretas em suas composições artísticas, para que os alunos revestissem as faces de sólidos geométricos grandes confeccionados com papelão oriundos de caixas de geladeiras e TV's.

Apresento na figura 27 dois momentos que trabalhei as técnicas desse pintor associada a construção de sólidos, em escolas diferentes.



Figura 27- Sólidos construídos em tamanho grande com as técnicas de Mondrian

No texto de Baldissera³³, ele destaca esse tipo de atividade na seguinte afirmação:

[...] Além de ser de grande importância no apoio ao ensino de outras disciplinas, como por exemplo, no auxílio da interpretação de mapas, nos gráficos estatísticos, nos conceitos de medições, no entendimento da evolução histórica da arte, tanto na pintura como na arquitetura, colabora também no esclarecimento de situações abstratas, facilitando a comunicação da ideia matemática.

2.4- Jogo da Trilha dos Divisores

A utilização de jogos como estratégia metodológica faz parte de minha trajetória profissional na medida em que buscava alternativas para permitir àqueles alunos que não tinham compreendido algum conceito, através de uma atividade lúdica, poder perceber suas dúvidas, enfrentar suas dificuldades e na dinâmica da troca com o outro, ser o principal responsável pela construção desse conhecimento.

Nessa linha, Grando (1995)³⁴ define a utilização de jogos na sala de aula como um gerador de situações-problema e desencadeador da aprendizagem do aluno.

³³Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/832-4.pdf>, acessado em: 04 ago, 2016.

Classifico os jogos em duas dimensões metodológicas, como disparador na construção de algum conceito novo ou como fechamento deste. O jogo que nomeei de “Trilha dos Divisores” tem como principal objetivo de aprendizagem a apropriação dos conceitos sobre divisores, aprofundando as definições, propriedades e especificidades dos estudos desses conceitos que já haviam sido trabalhados com os estudantes em aulas anteriores

Esse jogo é realizado com turmas de 6º ano do ensino fundamental, sendo necessárias 2 horas-aula (50 minutos) para sua realização.

O jogo é constituído de um tabuleiro de papelão com casas numeradas de 1 a 40, peças triangulares que chamo de telhadinhos, com cores diferentes em cada lado, pinos para o deslocamento e um dado, que é mostrado na figura 28 a seguir.



Figura 28-Tabuleiro, peças triangulares (telhadinhos), pinos e dados.

Pode-se jogar em duas duplas ou individualmente. Primeiro, escolhe-se a cor que será o telhadinho de cada um (Amarela ou Verde) e o pino que será utilizado no deslocamento das casas. Joga-se o dado para saber quantas casas será o avanço no percurso. Por exemplo, ao iniciar a partida, um jogador tirou o número 6 no dado: então, isso significa que seu pino deverá se deslocar até a casa 6. Coloca-se nas casas que possuem o número que seja um dos divisores de 6, no caso 1, 2, 3 e 6, o telhadinho da cor que está utilizando. O outro jogador lança o dado e observa o resultado obtido como, por exemplo, a face 4. Como os divisores de 4 são 1, 2 e 4, nas casas que já possuem telhadinho da cor do adversário, vira-se o telhadinho para que fique da sua cor, e naquelas que não possuem telhadinho, coloca-se o da sua cor. Na rodada seguinte, o oponente lança o dado e avança o número de casas correspondente ao número sorteado,

³⁴ Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

Nessa mesma linha de pensamento, onde o professor utiliza jogos como uma nova alternativa pedagógica que visa a aprendizagem, Grandó (2000, p.28)³⁵ afirma:

“O professor de Matemática se apresenta como um dos grandes responsáveis pelas atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Portanto qualquer mudança necessária a ser realizada no processo ensino aprendizagem da Matemática estará sempre vinculada à ação transformadora do professor.”

³⁵ GRANDÓ, R. C. A, O Conhecimento Matemático e o Uso dos Jogos na Sala de Aula. Campinas SP, 2000. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

3–Considerações Finais

Início esse trabalho de conclusão de curso – TCC, contando a história da minha trajetória profissional, angústias e busca por uma formação continuada que permitisse encontrar a melhor metodologia no meu fazer pedagógico diário, associado às dificuldades e limites oriundos da minha formação no Ensino Superior, que vislumbrasse minhas possibilidades e potencialidades adquiridas em toda formação de uma educação pública.

Fiz um passeio pelos resultados obtidos nas Olimpíadas de Matemática, nas escolas públicas onde lecionei, em particular, na escola Municipal Francis Hime. Relacionei esses resultados às estratégias metodológicas que desenvolvo, identificando na prática docente os fatores que possibilitam uma aprendizagem significativa.

Apresentei duas sequências didáticas: uma envolvendo a resolução de equações do 2º grau com o auxílio da geometria, utilizando material concreto que articula álgebra e geometria de forma lúdica e integrada; e outra que vai da construção de sólidos geométricos à percepção de regularidades e padrões envolvendo faces, vértices e arestas dos poliedros regulares. No mesmo capítulo, destaco a utilização de jogos como instrumento de formação de conceitos novos, apresentando o jogo “Subindo e Escorregando” na adição de números inteiros, e, como consolidação e fixação no final de um conteúdo apresentado, o jogo “Trilha dos Divisores”, sobre múltiplos e divisores.

No capítulo onde trato de recursos metodológicos, mostro que é possível associar o lúdico às atividades recreativas, fazendo uma ruptura de um modelo tradicional de ensino baseado na exposição e fixação de conteúdos, culminando em um aprendizado significativo. Para o aluno, além da diversão que essas atividades propiciam, permite que se percebam sujeitos diretos na construção de seus conhecimentos ao elaborarem estratégias diferenciadas na resolução de situações-problema, discutirem e descubrirem diferentes formas de pensar, de trabalharem em grupos, terem autocontrole nas situações conflitantes e desenvolverem habilidades que vão além do conhecimento matemático, mas que serão úteis em qualquer atividade que desenvolvam na vida.

Esses recursos metodológicos mostram que além de beneficiar os alunos e suas aprendizagens, trazem significativas contribuições para o professor, pois pode auxiliá-lo

no processo ensino-aprendizagem, sendo utilizado com o intuito de despertar o interesse do aluno e talvez modificar sua prática enquanto professor, se desprendendo de aulas somente expositivas.

O meu trabalho tem dado muitos frutos que me gratificam enquanto professor e ser humano. Pretendo dar continuidade a esse método, propondo o desenvolvimento de outras sequências e recursos didáticos com a utilização de novos materiais que privilegiem a relação professor x aluno x aprendizagem de forma eficaz.

Além disso, pretendo divulgar essa metodologia para além desse TCC, participando de encontros científicos e elaborando artigos para publicação em revistas científicas especializadas, para que não só professores de matemática, mas também de outras disciplinas se encorajem a levá-lo para suas disciplinas quando possível, ou que sirva de inspiração para criar métodos específicos para as suas aulas.

O desafio é grande, e as dificuldades também. No entanto, tenho me empenhado para fazer da minha prática docente algo que mude a vida dos estudantes da minha disciplina, contribuindo para a melhoria da qualidade do ensino da matemática e do ensino em geral.

Anexo 1: Resolvendo Equações por Fatoração, através da Composição de Áreas de Figuras Planas

Escola Municipal Francis Hime	
RESOLVENDO EQUAÇÕES POR FATORAÇÃO, ATRAVÉS DA COMPOSIÇÃO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS	
Nome:	Turma:
<p>Vocês estão recebendo um Kit, contendo quadrados e retângulos. Considere que o quadrado pequeno meça 1 unidade de área e o lado do retângulo tenha x unidades de comprimento.</p> <p>Ao colocar uma peça ao lado da outra, estaremos somando áreas. Ao colocar uma peça sobre a outra, estaremos subtraindo áreas.</p> <p>⇒ Qual a área do retângulo? Justifique através de um desenho.</p> <p>⇒ Qual a área do quadrado maior? Justifique através de um desenho.</p> <p>⇒ Forme um retângulo de área $x^2 + 2x$ e ilustre seu resultado.</p> <p>⇒ Expresse a área desse retângulo na forma de um produto.</p> <p>⇒ Qual o valor de x, para que a expressão que representa a área do retângulo seja igual a zero. Justifique.</p>	

Situação 1

a) Forme um retângulo de área $x^2 - 3x$ e ilustre seu resultado.

b) A partir da ilustração, escreva a área da figura na forma de um produto.

c) Determine a solução da equação $x^2 - 3x = 0$

Situação 2

a) Forme um retângulo de área $x^2 + 3x + 2$ e ilustre seu resultado.

b) Qual a solução da equação $x^2 + 3x + 2 = 0$? Justifique.

Utilizando o material recebido, resolva as equações a seguir e ilustre seu resultado.

a) $x^2 + 3x = 0$

b) $x^2 + 2x + 1 = 0$

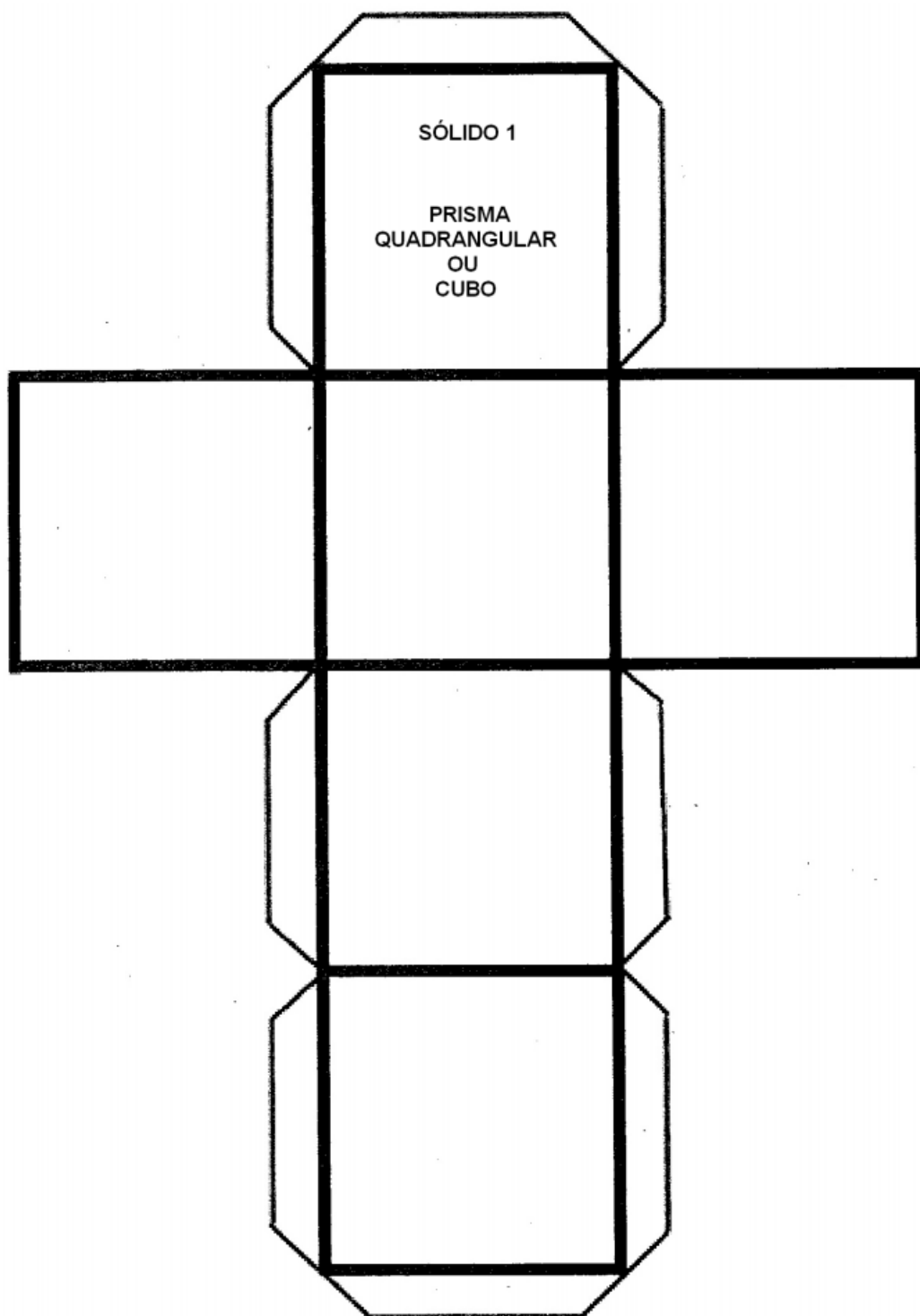
c) $x^2 + 5x + 4 = 0$

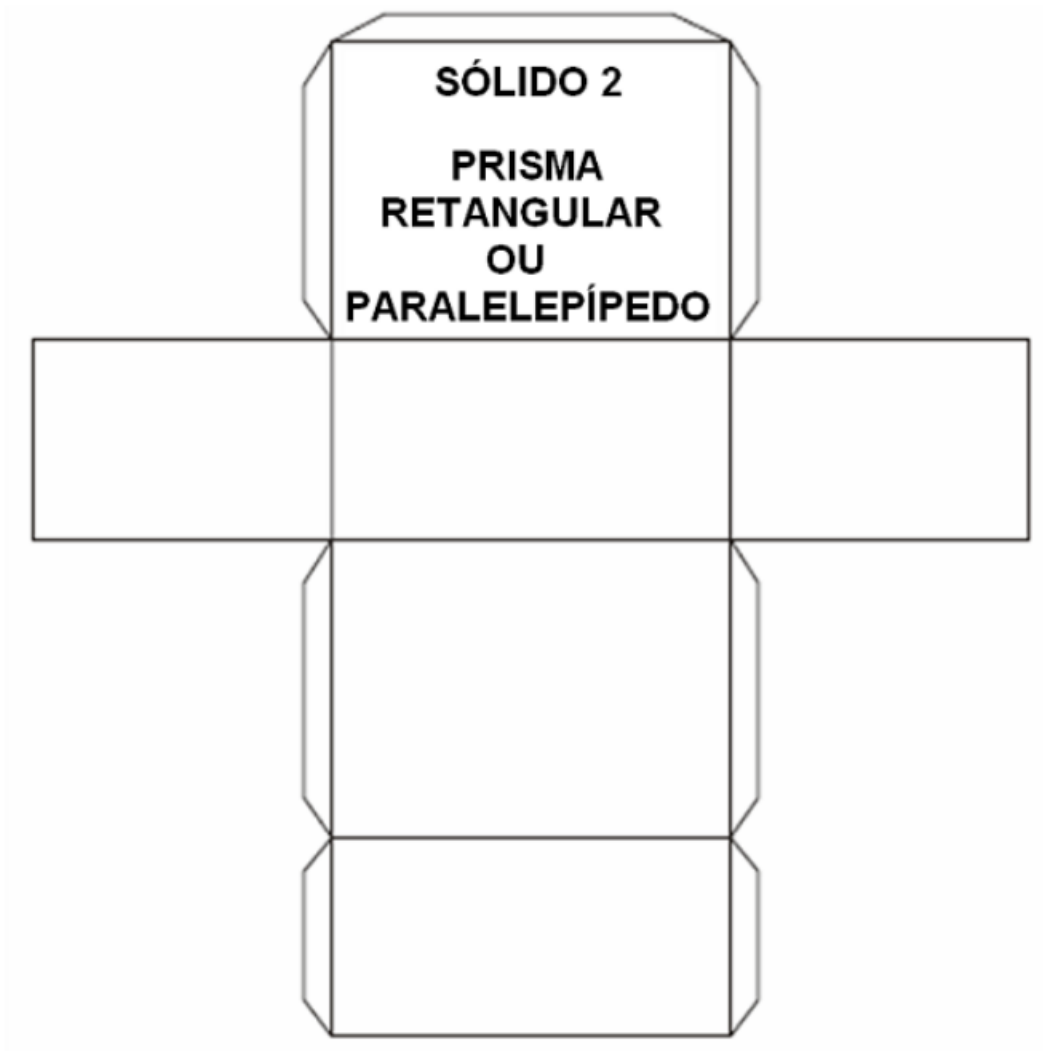
d) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

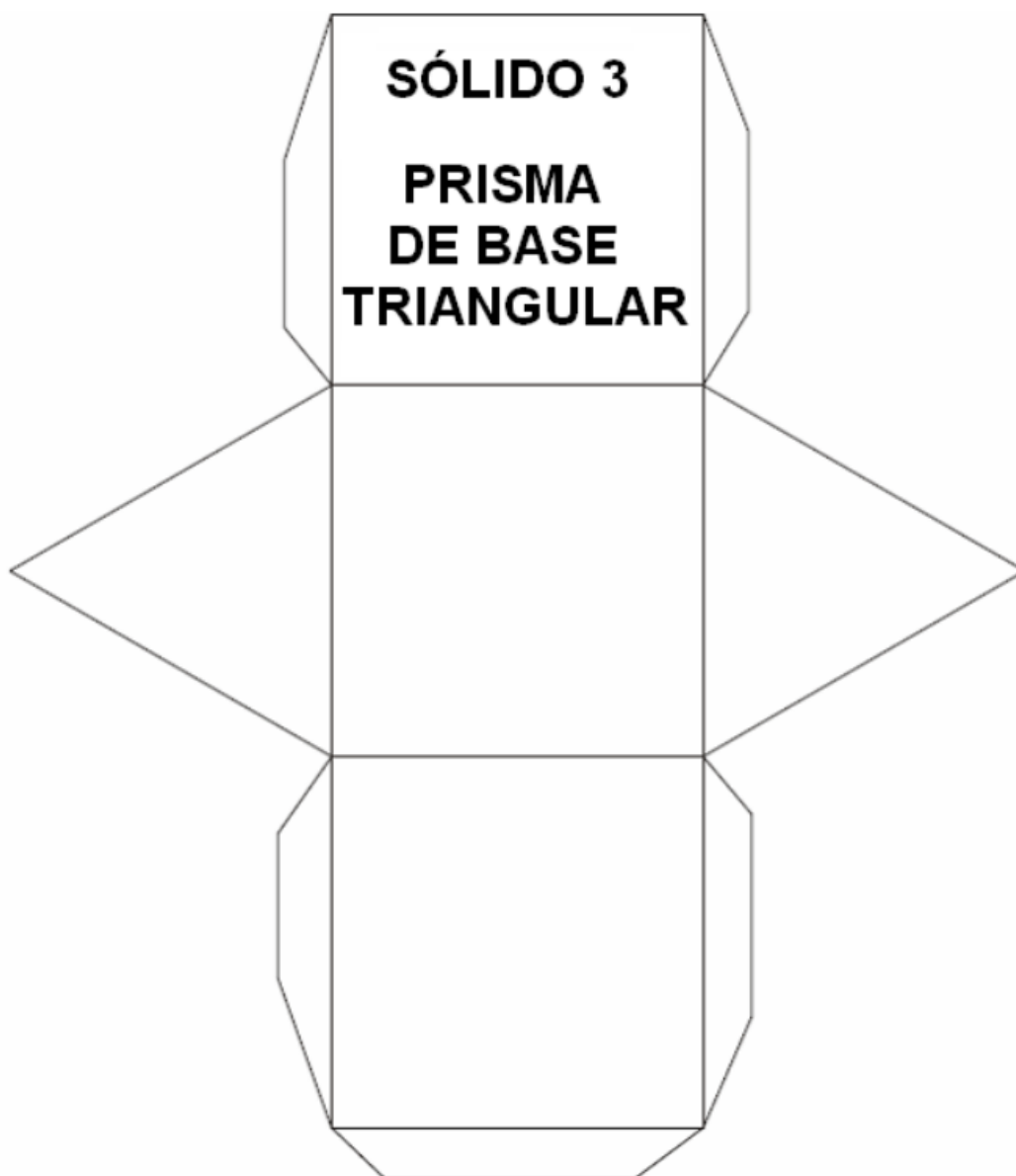
e) $x^2 - 2x + 1 = 0$

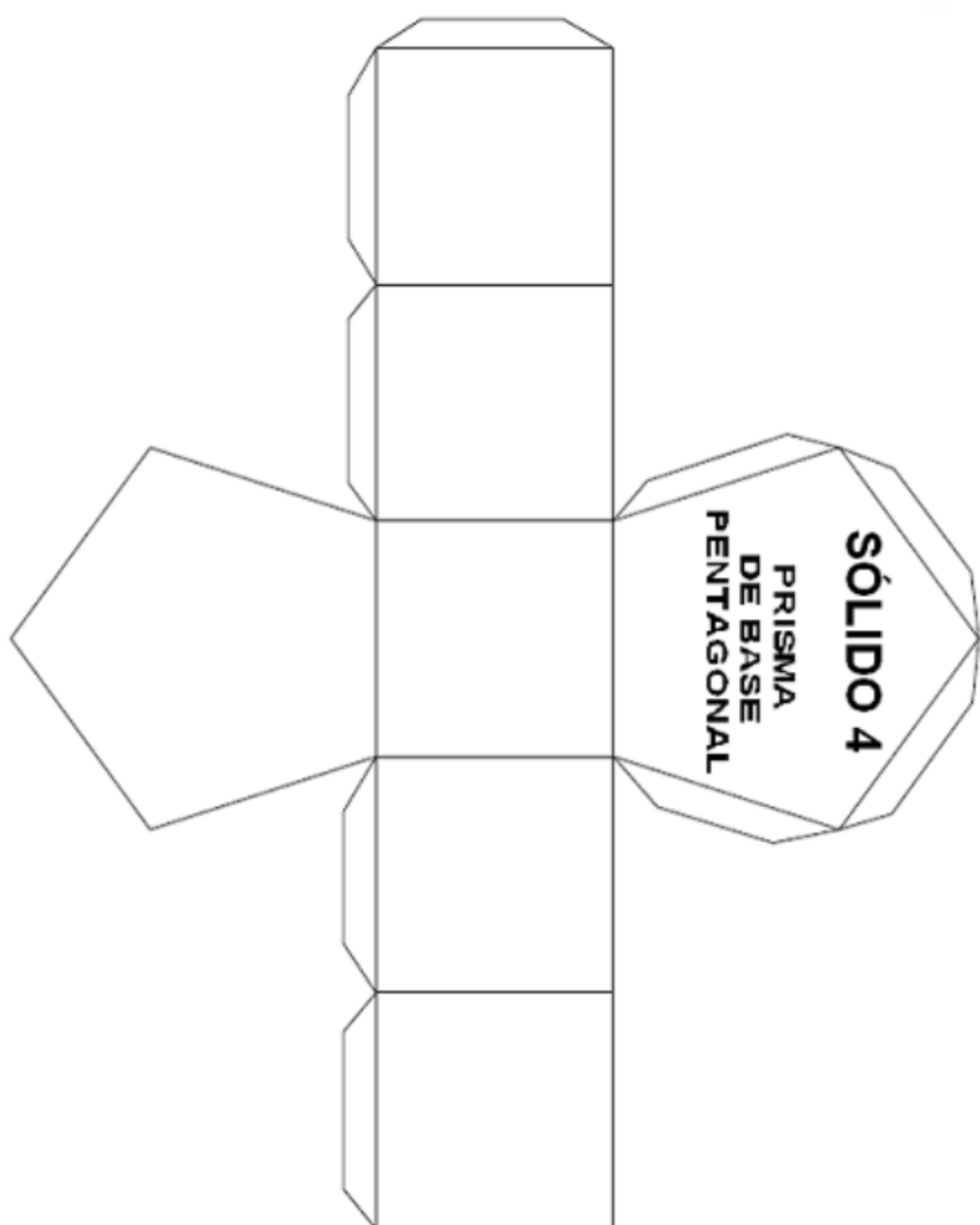
f) $x^2 - 4x + 3 = 0$

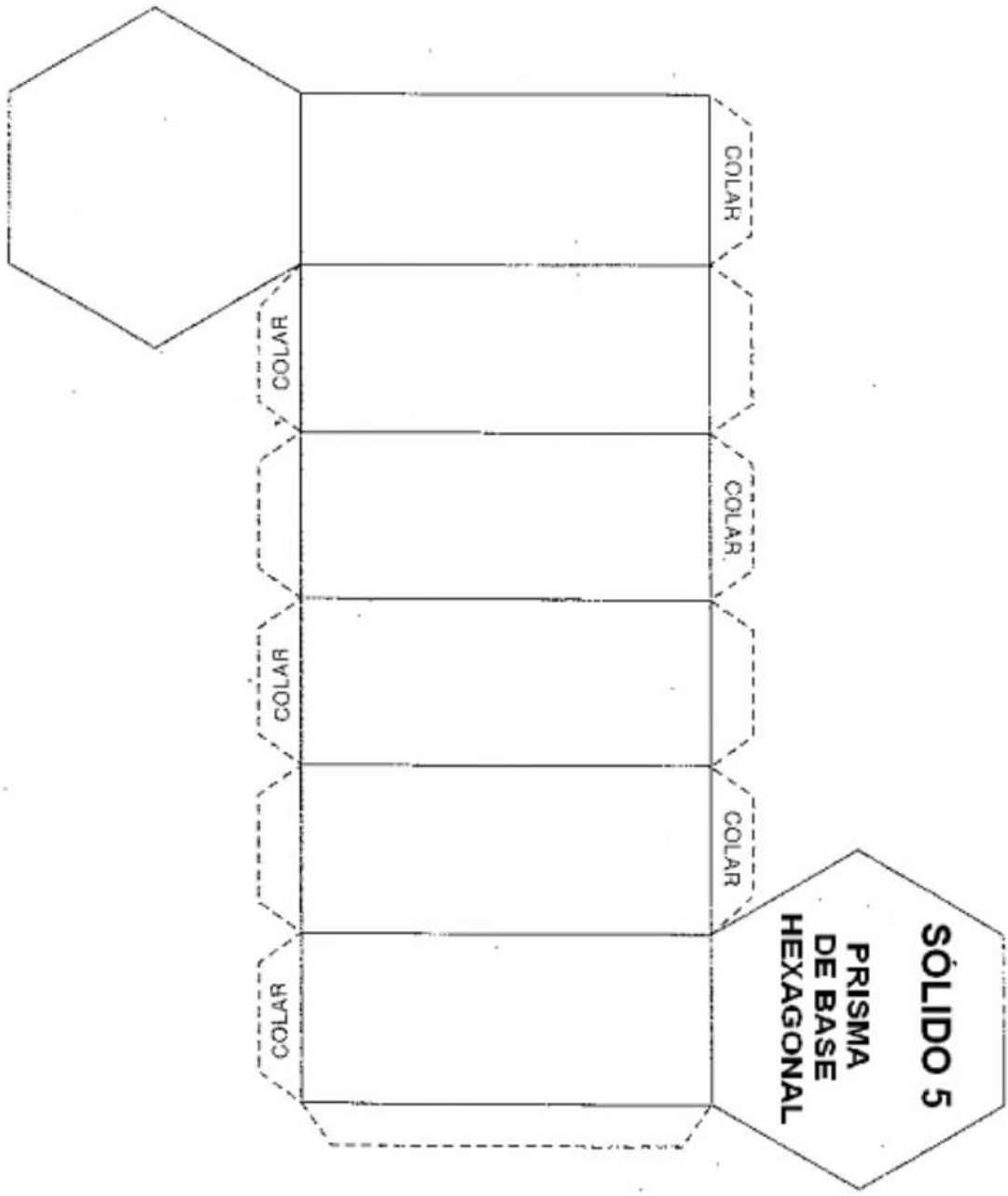
Anexo 2: Planificações a serem incluídas como fichas para construção

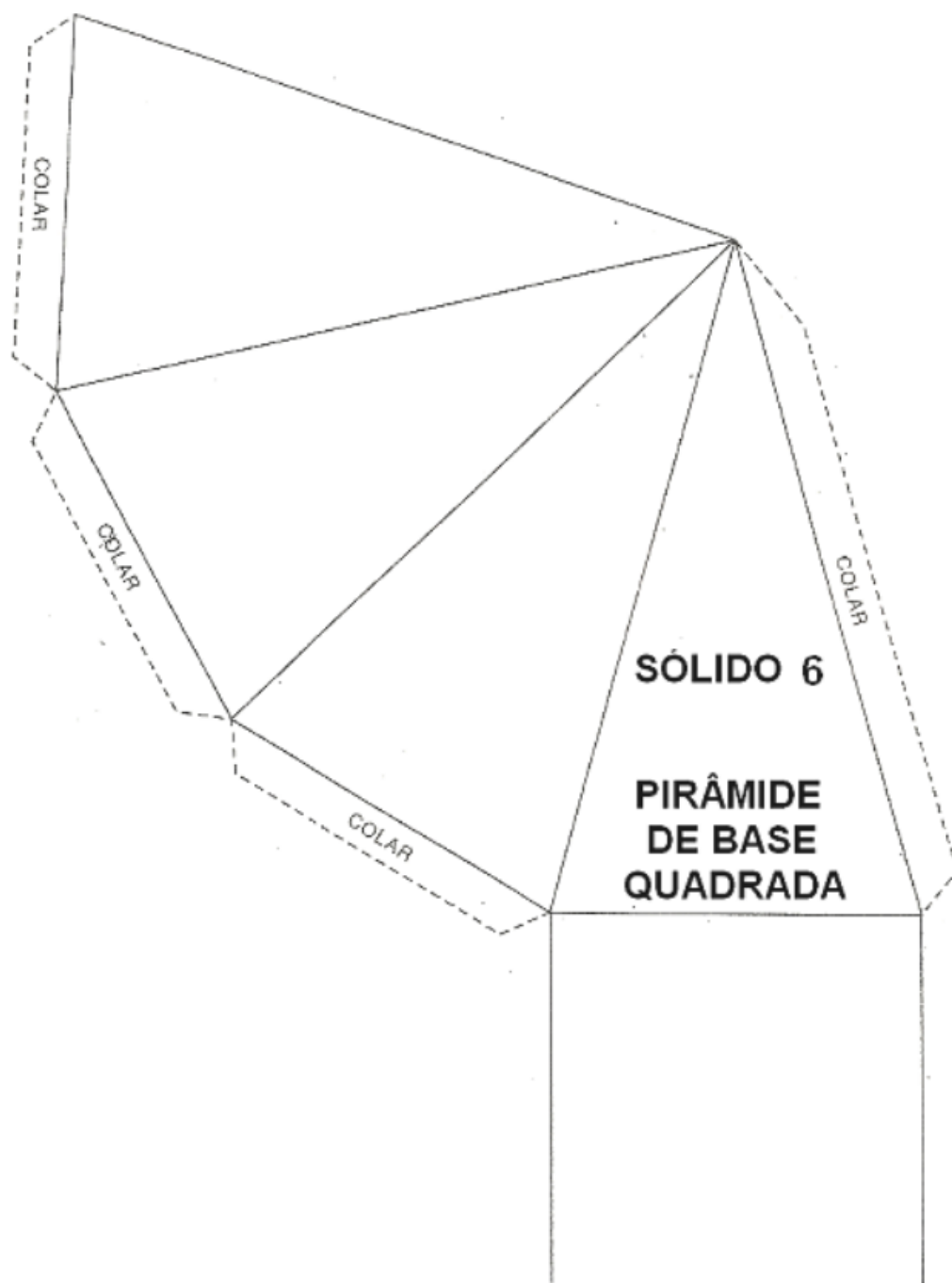


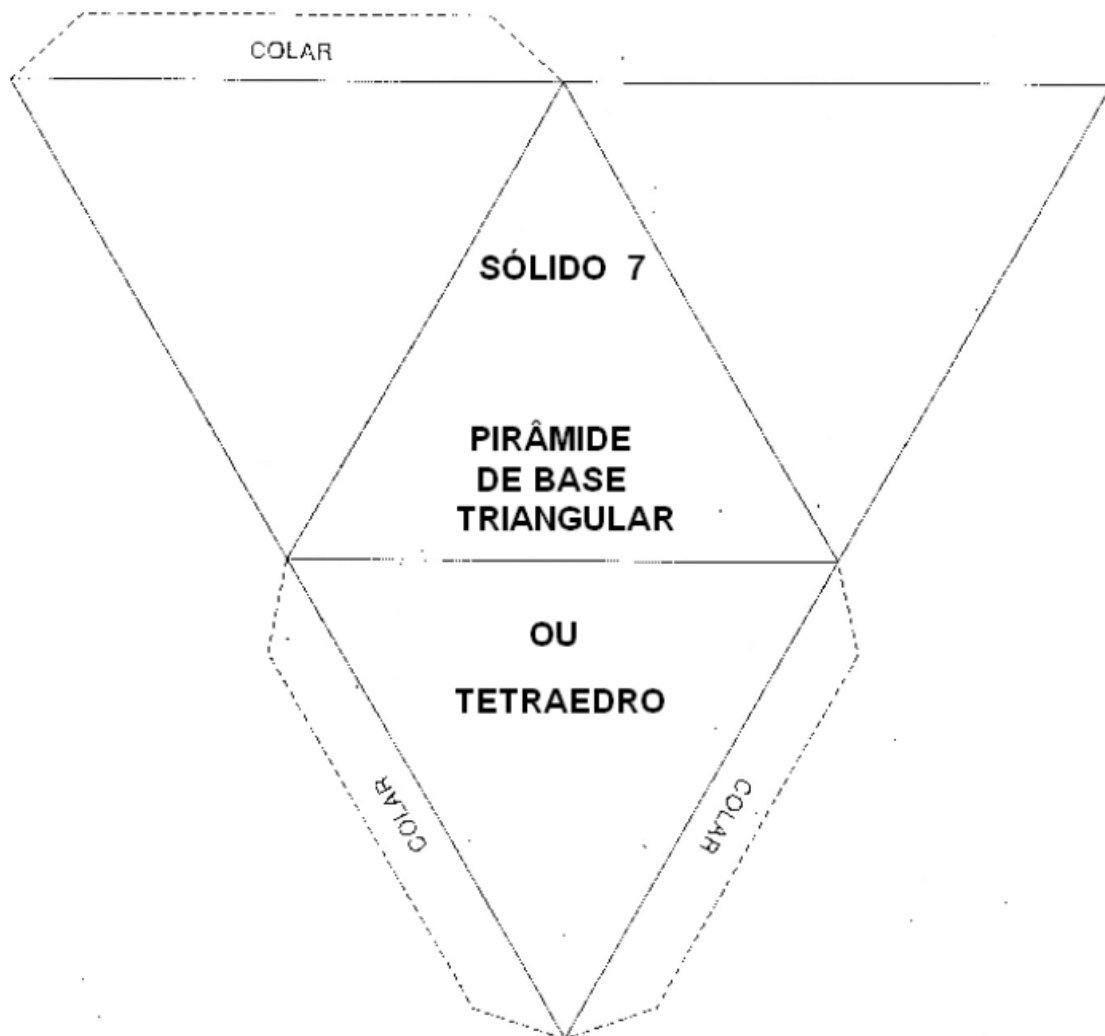


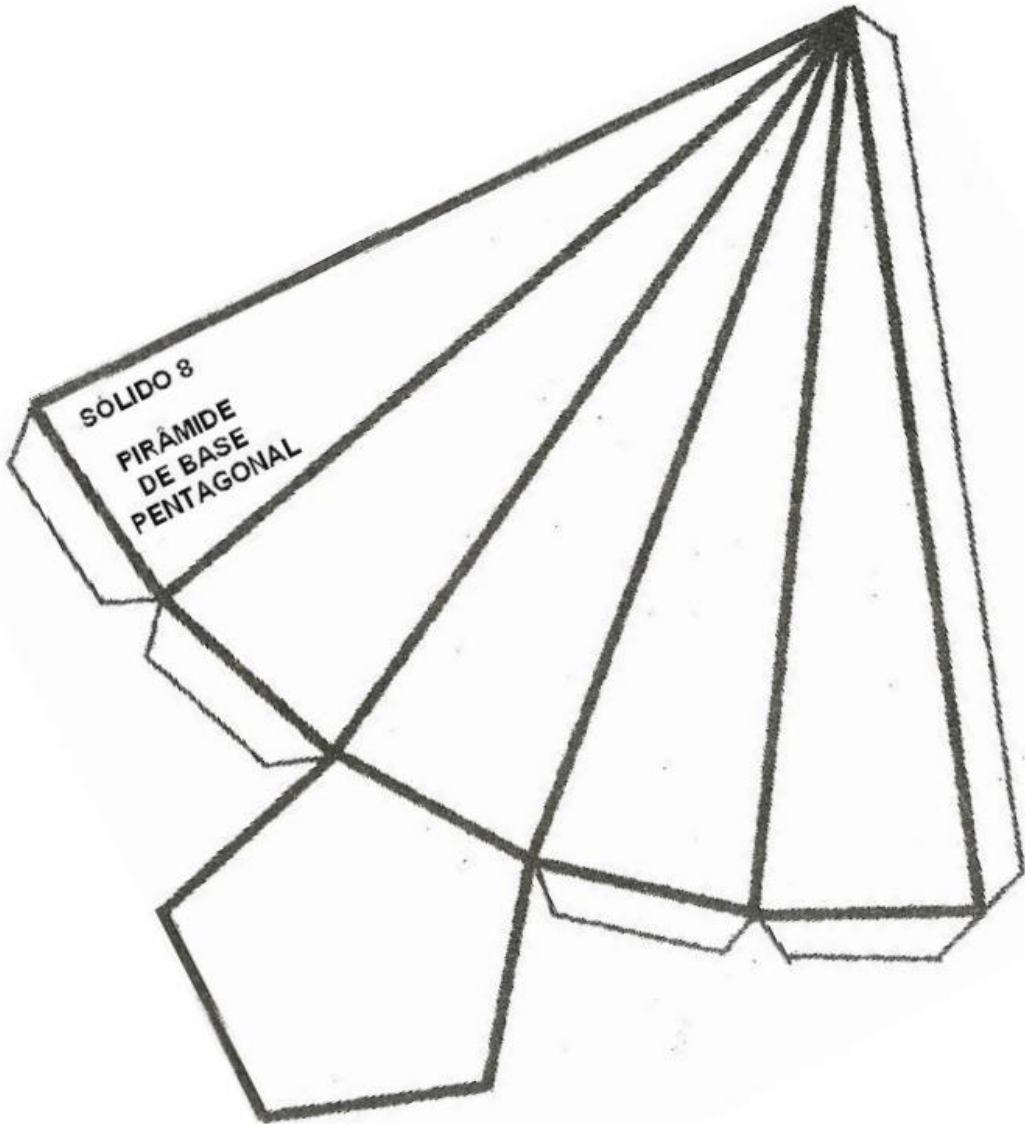


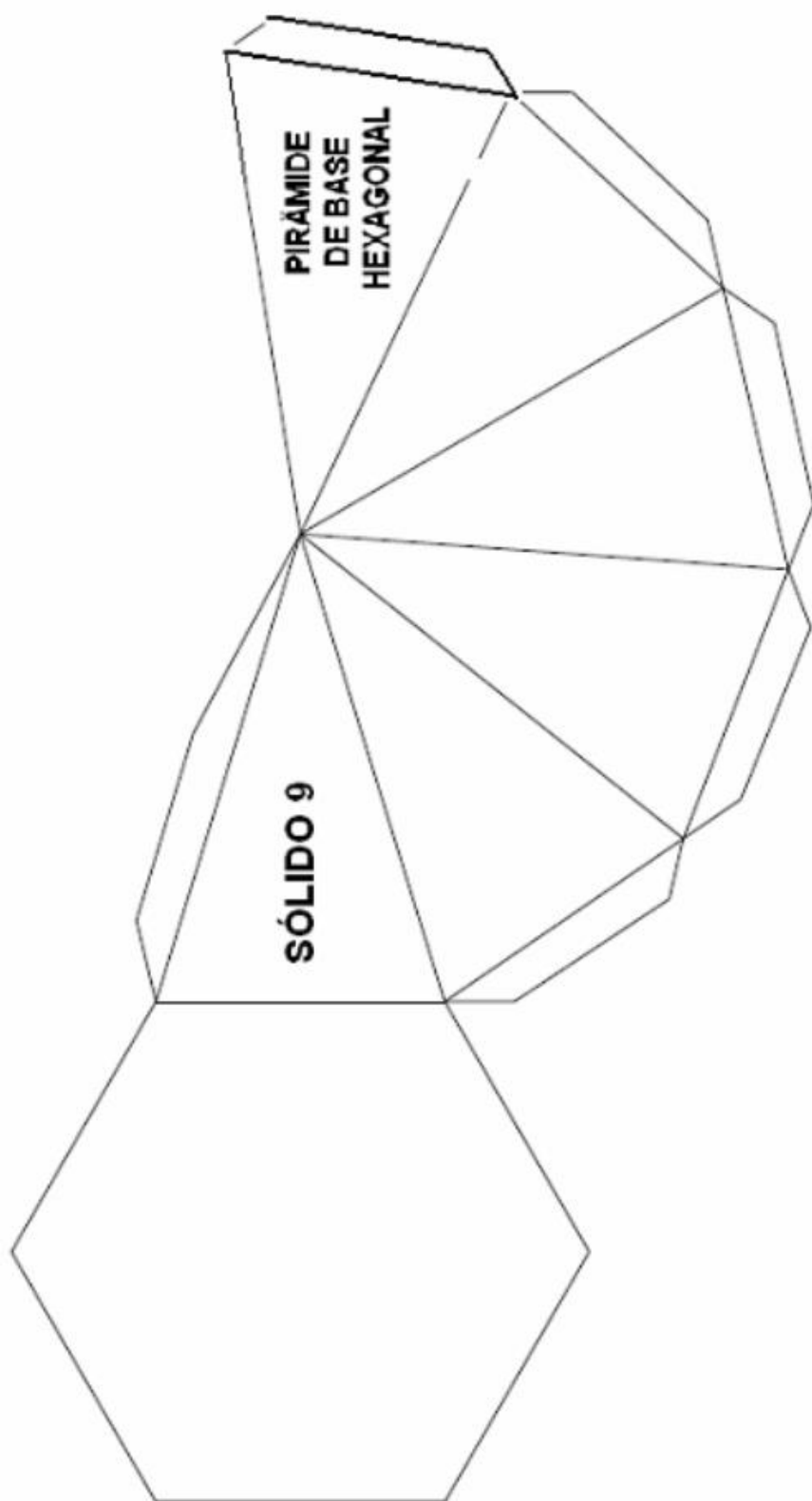


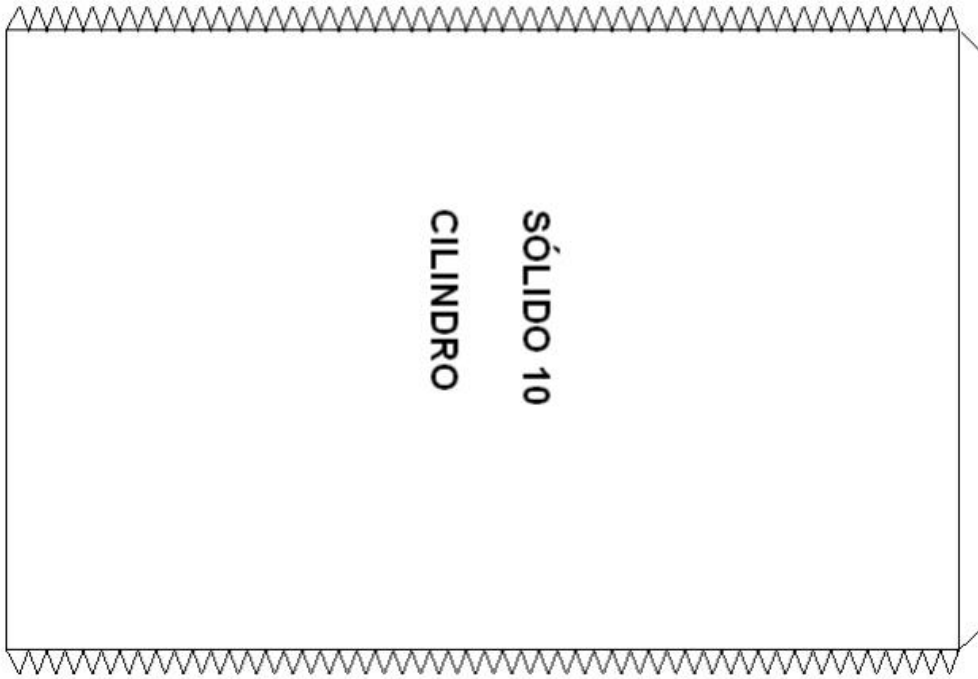
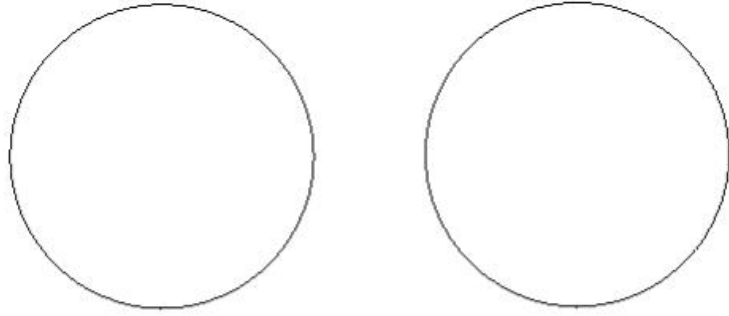


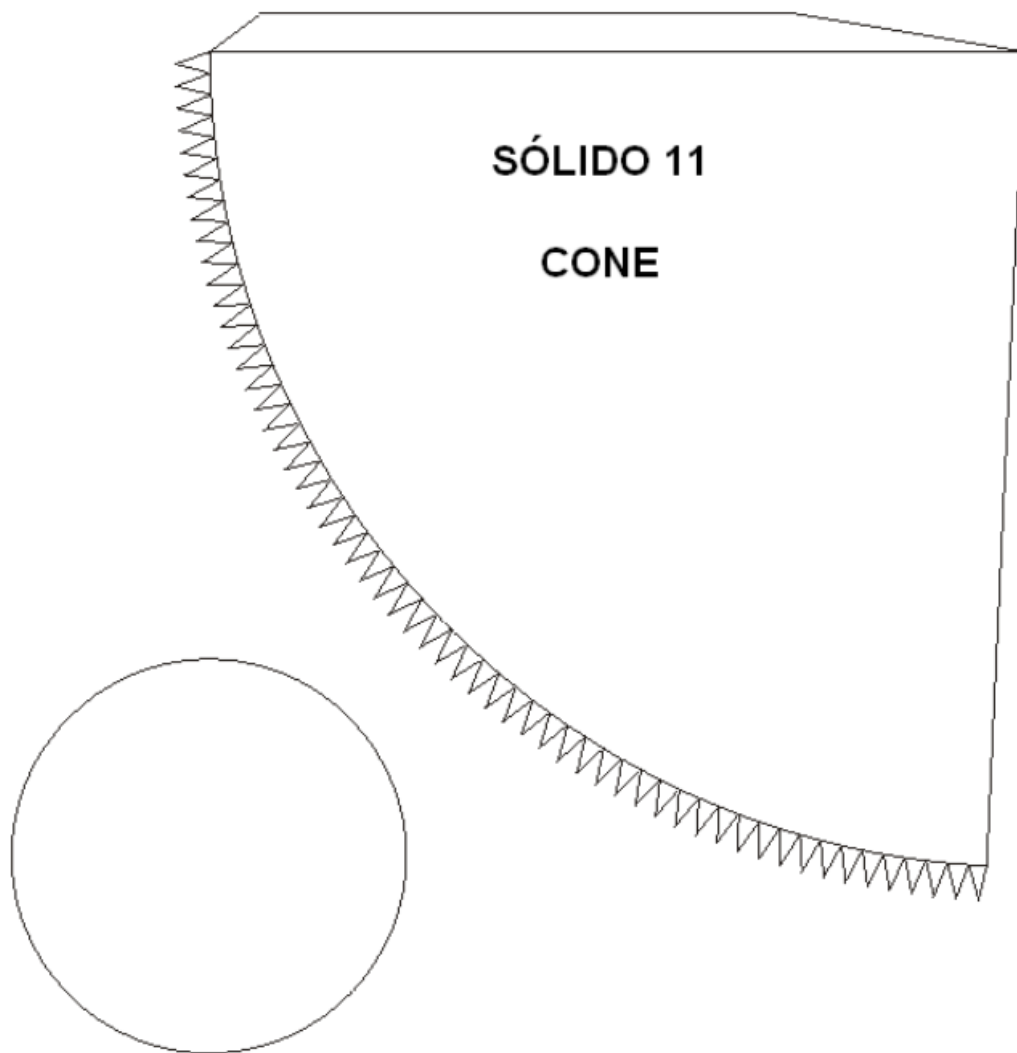












Anexo 3: Geometria: Uma Ciência de Muitos Povos

Escola Municipal Francis Hime	
SÓLIDOS GEOMÉTRICOS	6º ANO
Nome:	1601

Geometria: Uma ciência de muitos povos

A geometria, assim como as ciências, nasceu das necessidades e das observações do homem. Os conhecimentos geométricos começaram a serem utilizados muitos séculos antes de Cristo. No Egito, por exemplo, as cheias anuais do rio Nilo destruíam as cercas que demarcavam os campos de plantação, quando as águas voltavam ao nível normal, os escribas egípcios dividiam novamente as terras, baseando-se em registros feitos antes das cheias.

Foi a partir de procedimentos como esse dos egípcios, que nasceu a Geometria Experimental. Também a origem da palavra geometria está associada a esse fato:

geo significa **terra** e **metria** significa **medida**.

Outros povos estudaram Geometria, como os assírios, os babilônios, os chineses e os gregos.

Os gregos, que amavam o saber, fizeram muitas descobertas a respeito de figuras geométricas.

A Geometria que estudamos hoje é conhecida como euclidiana, em homenagem ao grego Euclides (cerca de 300 a.C.), o primeiro matemático a apresentar a Geometria de forma organizada.

Por quase dois séculos, todos os estudos geométricos se basearam em seu famoso livro, os elementos.



Superfície Plana e Não Plana

Toca para distinguir a forma dos objetos.

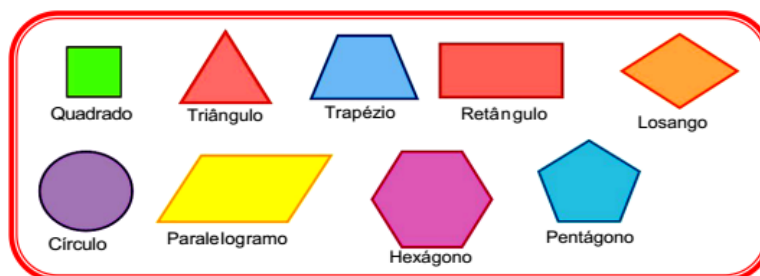
A parte externa dos objetos é chamado **superfície**

Compare como são as superfícies vermelhas e azuis.

A cor vermelha é plana e é chamado superfície **plana**
A cor azul é não plana e é chamado superfície **não plana**

As figuras planas

As figuras geométricas denominadas de planas são aquelas representadas em um único plano.



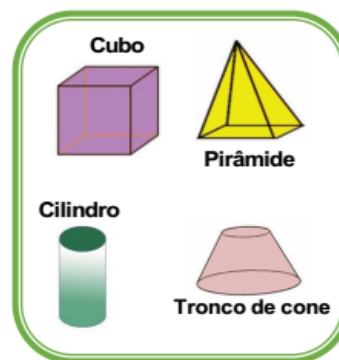
Sólidos geométricos

É uma região do espaço limitada por uma superfície fechada.

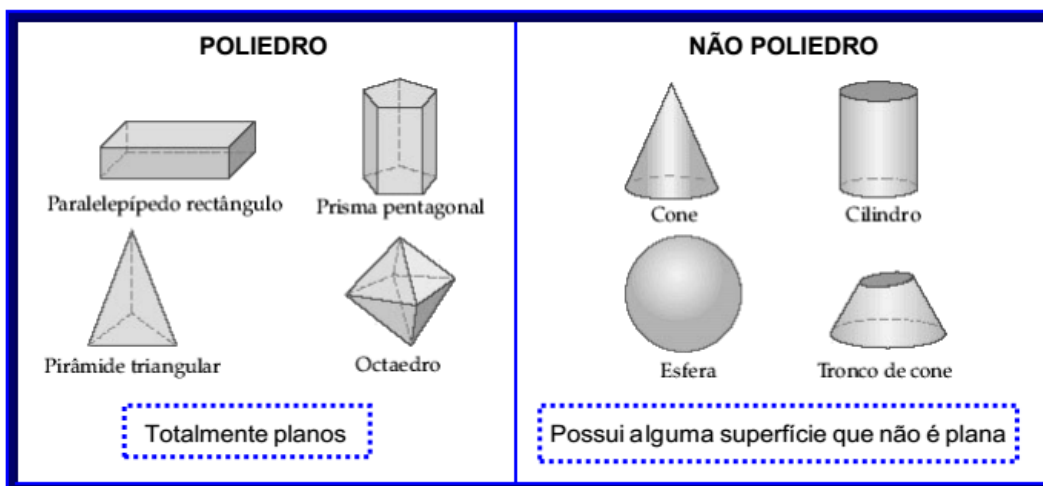
Os sólidos geométricos podem ser classificados em poliedros ou não poliedros (corpos redondos).

Os poliedros são sólidos que apresentam todas as superfícies planas.

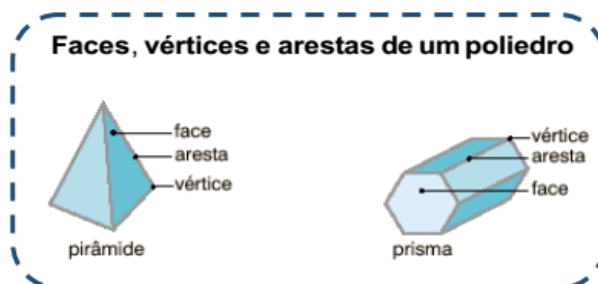
Existem poliedros que recebem a denominação de prismas, outros são denominados pirâmides.



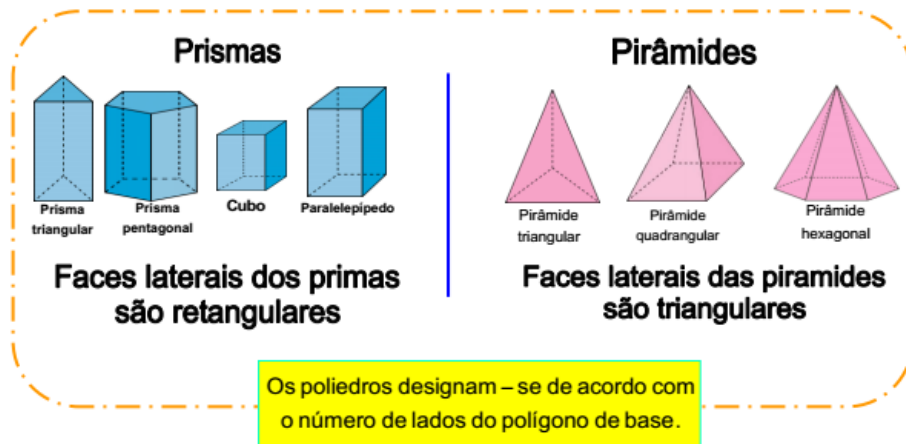
Poliedros e Não Poliedros (Corpos Redondos)



Elementos dos poliedros

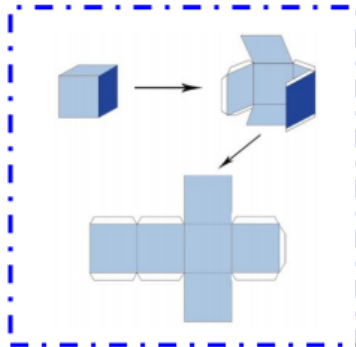


Propriedades das Pirâmides e dos Prismas

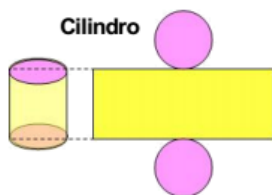


Planificação de poliedros:

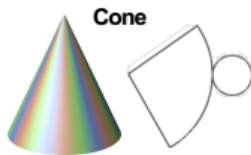
Planificar um poliedro significa torná-lo plano. Por exemplo, se desmontarmos um cubo ele terá a forma abaixo:



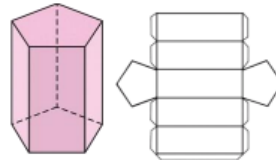
Vejamos alguns exemplos de sólidos planificados:



Pirâmide de base triangular ou tetraedro



Prisma de base pentagonal



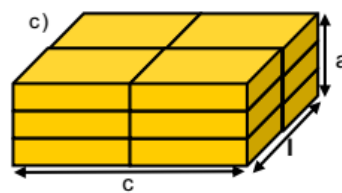
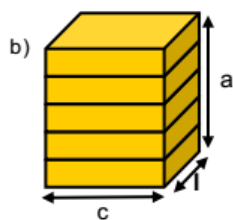
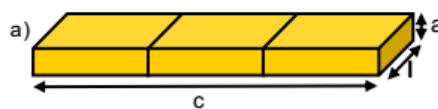
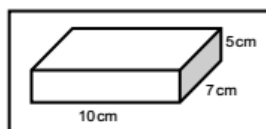
Dimensões de um bloco retangular

Para saber o tamanho de um bloco retangular, é preciso conhecer as medidas de três arestas: o **comprimento**, a **largura** e a **altura**. Essas medidas são as três **dimensões do bloco**.



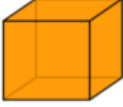



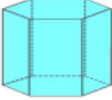
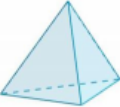


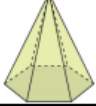
Aplicação

Vamos juntar caixas iguais a que segue e formar novos blocos retangulares. Dê o comprimento **c**, a largura **l** e a altura **a** de cada um.







Exercícios






1. Complete a tabela:

SOLIDOS	NOME DO SÓLIDO	NÚMERO DE FACES	NÚMERO DE VÉRTICES	NÚMERO DE ARESTAS
				
				
				
				
				
				
				
				
				

2. Complete a tabela e verifique se é possível estabelecer alguma relação entre a quantidade de faces, vértices e arestas de uma pirâmide.

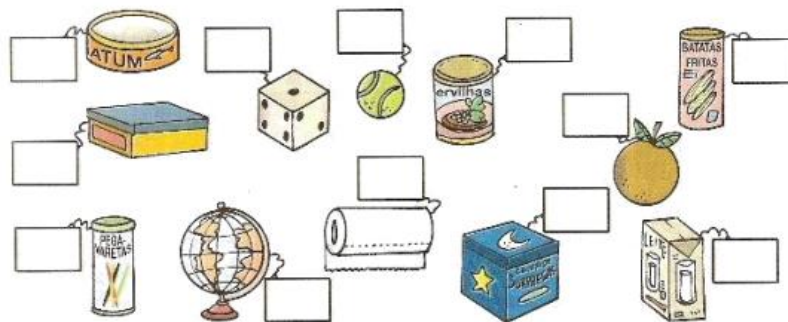
Sólido	Nome da pirâmide	Polígono da base	Nº de lados do polígono da base	Nº de		
				Faces	Vértices	Arestas
		Triângulo				
		Quadrado				
		Pentágono				
		Hexágono				

3. Complete a tabela e verifique se é possível estabelecer alguma relação entre a quantidade de faces, vértices e arestas de um prisma.

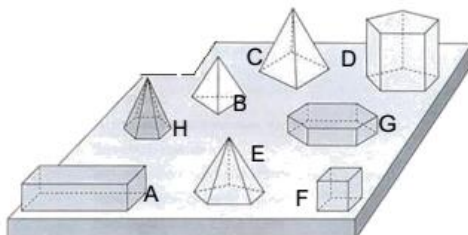
Sólido	Nome do prisma	Polígono da base	Nº de lados do polígono da base	Nº de		
				Faces	Vértices	Arestas
		Triângulo				
		Quadrado				
		Rectângulo				
		Pentágono				
		Hexágono				

4. Classifique cada objeto a seguir, as seguintes formas geométrica:

- (A) Cubo ou prisma quadrangular
- (B) Paralelepípedo ou prisma retangular
- (C) Cilindro
- (D) Cone
- (E) Esfera

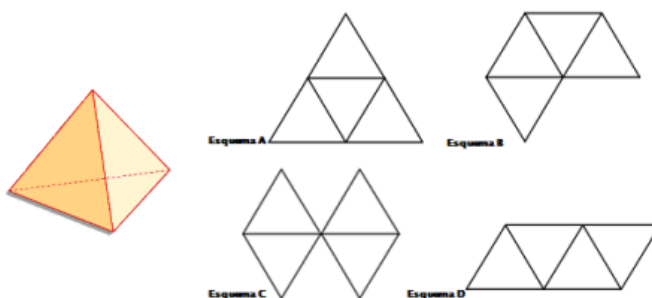


5. Na ilustração, foram dispostos alguns sólidos geométricos, responda:



- a) Quais são prismas?
- b) Quais são pirâmides?
- c) Quais possuem um pentágono como base?
- d) Qual deles possui todas as faces quadradas?

6. O Luís pretende construir uma planificação de uma pirâmide triangular, em especial, o tetraedro regular. Construiu quatro esquemas, mas apenas dois deles podem representar a planificação do tetraedro, quais são?

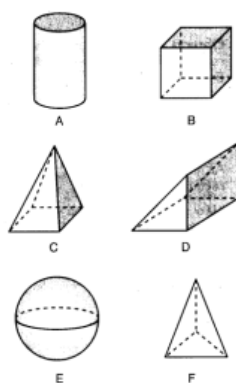


Resposta: _____ e _____

7. Observe as superfícies planas desenhadas no quadro abaixo. Escreva o nome do poliedro que se pode construir em cada caso.

FACES DO POLIEDRO	NOME DO POLIEDRO

8. Dê o nome de cada sólido a seguir:

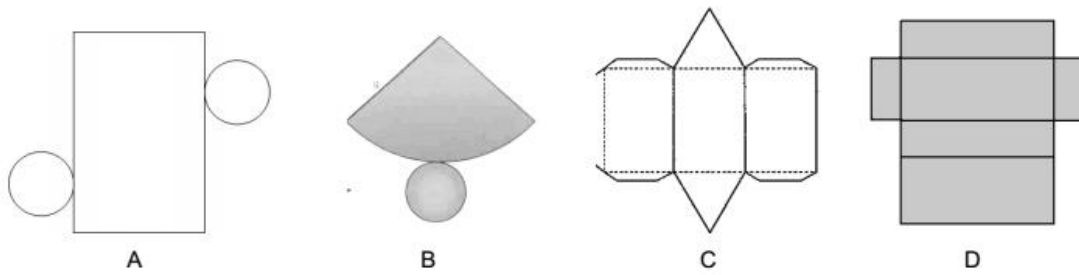


A = _____
 B = _____
 C = _____
 D = _____
 E = _____
 F = _____

9. Complete com o número de lados que cada polígono possui:

Nome	Tringulo	Quadri-látero	Pentá-gono	Hexá-gono	Heptá-gono	Octó-gono	Decá-gono	Dodecá-gono
Polígono								
Nº de lados								

10 Observa as planificações:



Qual o nome dos sólidos a que correspondem cada uma das planificações:

A - _____

B- _____

C- _____

D- _____

11. Identifique a forma que alguns monumentos e construções pelo mundo possuem:



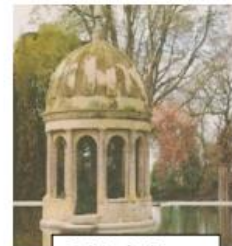
Centro Cultural de Belém, Lisboa



Pirâmides do Egito

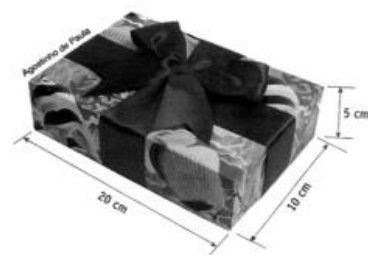


Edifício temático no Futuroscope, França

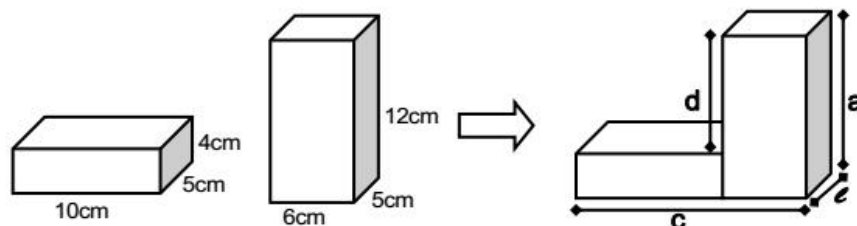


Quinta das Torres, Azeitão

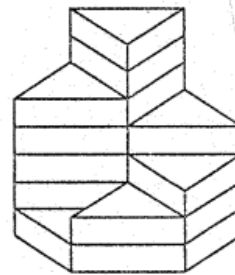
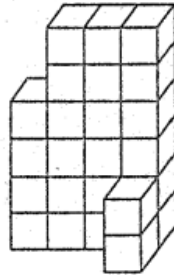
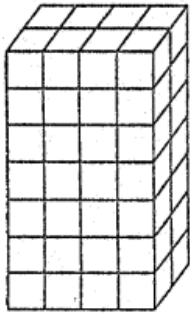
12. Veja as dimensões da caixa de presente, com a forma de um bloco retangular. Só para fazer o laço, foram gastos 45 cm de fita. No total, quantos centímetros de fita foram usados nesta embalagem?



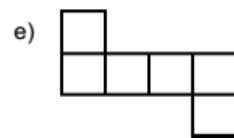
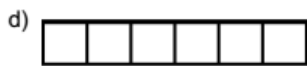
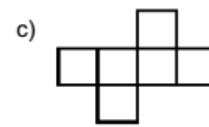
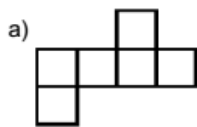
13. Vamos colar dois blocos retangulares. Na forma geométrica que obtivemos, quanto mede **c**, **l**, **a** e **d**?



14. Descubra quantas peças há em cada pilha.



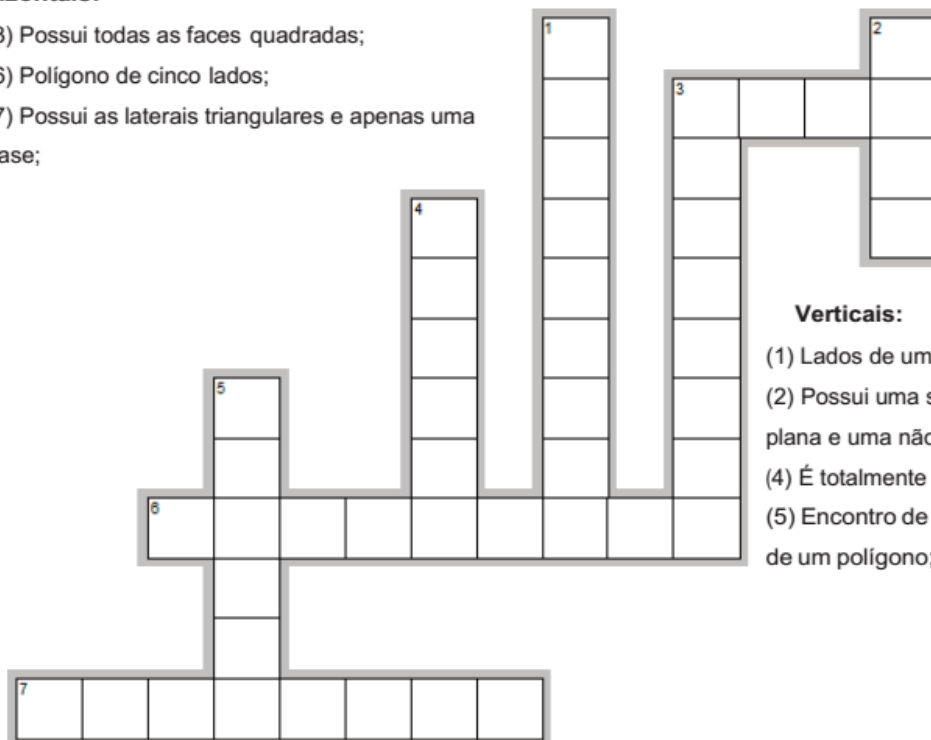
15. Das figuras abaixo, selecione aquelas que podem ser usadas para construir cubos. Caso tenha dúvidas, amplie-as, reproduza-as e construa os cubos.



16. Complete a cruzadinha, de acordo com as pistas fornecidas:

Horizontais:

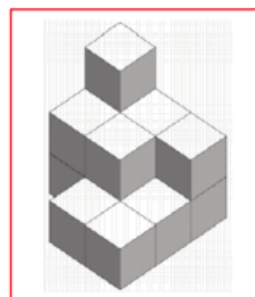
- (3) Possui todas as faces quadradas;
- (6) Polígono de cinco lados;
- (7) Possui as laterais triangulares e apenas uma base;



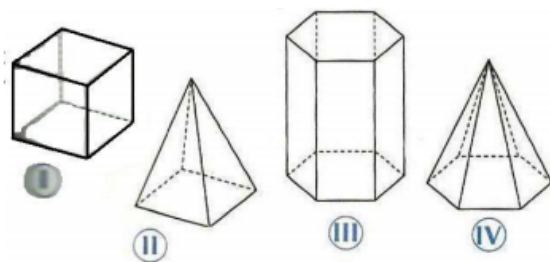
Verticais:

- (1) Lados de um tetraedro;
- (2) Possui uma superfície plana e uma não plana;
- (4) É totalmente não plano;
- (5) Encontro de duas faces de um polígono;

17. Num armazém foram empilhadas algumas caixas que formaram o monte mostrado na figura seguir. Se cada caixa pesa 25kg quanto pesa o monte com todas as caixas?



18. Observe as figuras e responda:



- a) Qual(is) são prismas?
- b) Qual(is) são pirâmides?
- c) Qual(is) possui um hexágono?
- d) Qual o nome do sólido IV?

Referências Bibliográficas

ALVES, W. J. S., **O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública**. 2010. 92p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP, São Paulo, 2010.

ARAUJO, ORLANDO DE. **A avaliação da OBMEP como indutor de mudanças na prática pedagógica dos professores de Matemática**. 2015. 113p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística, UERJ, 2015.

BAGATINI, A., **Olimpíadas de Matemática, Altas Habilidades e Resolução de Problemas**. 2010. 82p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

BALDISSERA, Altair. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/832-4.pdf> , acesso em: 04 ago, 2016.

BRAGANÇA, B. (2013). **Olimpíada de Matemática para a Matemática avançar**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG.

BRASIL. **Ministério da educação e cultura. Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio**. V.2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006, p.75-76.

BROOKS, J.G. & BROOKS, M. G. **Construtivismo em Sala de Aula**. Porto Alegre, Artes Médicas, 1997.

COSTA, C. **Professor revoluciona ensino da disciplina**. Jornal O Globo, Rio de Janeiro, 22 out, 2012. Disponível em: <http://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/com-grupo-de-estudos-professor-revoluciona-ensino-da-matematica-6473852>. Acesso em: 23 mar, 2016.

GRANDO, R. C. A., **O Conhecimento Matemático e o Uso dos Jogos na Sala de Aula**. Campinas SP, 2000. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

GRANDO, REGINA CÉLIA. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino/ aprendizagem da matemática**. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

GUELLI, OSCAR. **Jogando com a Matemática**. Coleção Contando a História da Matemática. Volume 5. Quinto ano. 8ª edição. São Paulo: Ed. Ática, 1999.

IMENES, LUIZ MARCIO; LELLIS, MARCELO. **Geometria dos Mosaicos**. Coleção Vivendo a Matemática. Oitavo ano. 1ª edição. São Paulo: Scipione, 1996.

_____. **Descobrimo o Teorema de Pitágoras**. Coleção Vivendo a Matemática. Oitavo ano. 1ª edição. São Paulo: Scipione, 1996.

JELINEK, KARIN RITTER. **A Prática Discursiva das Altas Habilidades em Matemática**. In: Boletim de Educação Matemática (Bolema), Rio Claro (SP), v.27, n.45, p. 193-214, abr. 2013.

LAURITZEN, J. **Professor de Matemática conquista estudantes com jogos de tabuleiro**. Jornal O Globo, Rio de Janeiro, 12 set, 2015. Disponível em: <http://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/professor-de-matematica-conquista-estudantes-com-jogos-de-tabuleiro-17476571#ixzz443OLkcuA>. Acesso em: 23 mar, 2016.

LORENZATO, SERGIO. **Para aprender matemática**. Campinas. Autores Associados, 2006a. (Formação de Professores).

MACEDO, LINO E OUTROS. **Aprender com jogos e situações-problema**. Porto Alegre. Ed. Médicas Sul, 2000.

MACHADO, NILSON JOSÉ. **Semelhança não é Mera Coincidência**. Coleção Vivendo a Matemática. oitavo ano. 1ª edição. São Paulo. Ed. Ática, 1996.

NASCIMENTO. MÁRCIO GÓES; OEIRAS. JANNE Y. Y. Olímpico: **Um Ambiente Virtual para Competições Escolares Via Internet**. Belém, PA: UFPa, 2006.

SÉRIE: ENSINAR E APRENDER. Programa 7: **A caminho da Olimpíada**, MultiRio, 2014. Duração: 12'51". Disponível em: <http://www.multirio.rj.gov.br/index.php/assista/tv/1815-a-caminho-da-olimpiada-segundo-ginasioJORNAL>. Acesso em: 26 mar, 2016.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA NAS ESCOLAS PÚBLICAS. **Portal da OBMEP**. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/destaques.DO?id=283>. Acesso em: 26 mar, 2016.

PAIS, LUIZ CARLOS. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino de Geometria**. Anped. 23ª reunião, Caxambu, 2000. Disponível em: <http://anped.org.br/23/textos/1919t.pdf>, acesso em: 04 ago, 2016.

PEREZ, GERALDO. **Competência e compromisso na formação do professor de Matemática**. In: Revista Temas & Debates, SBEM, Blumenau, SC, ano VIII, n.7, Julho/1995.

PÉREZ, S. G. P. B. **Mitos e crenças sobre as pessoas com altas habilidades: alguns aspectos que dificultam o seu atendimento**. Revista Educação Especial, São Paulo, v.22, n. 2, p. 45-59, 2003.

POLETTINI, ALTAIR F. F. **História da vida relacionada ao ensino da Matemática no estudo dos processos de mudança e desenvolvimento de professores**. In: Revista Zetetiké, Campinas, SP, v.4, n.5, p. 29-48, jan./jun. 1996.

POLYA, GEORGE. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

_____. **O ensino por meio de problemas**. In: Revista do professor de matemática. n.7. São Paulo. 1985. p.11-16.

RAMOS, LUZIA FARACO. **Uma Proporção Ecológica**. Coleção a Descoberta da Matemática. 21ª ed. São Paulo: Ed. Ática, 2002.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M. **Matemática ativa**. João Pessoa: Universitária/UFPB, INEP, Comped: 2000.

ROHDE, B. **Alunos de escola municipal da Taquara se destacam em competições de Matemática**. Jornal Extra, Rio de Janeiro, 08 dez, 2012. Disponível em: <http://extra.globo.com/noticias/rio/alunos-de-escola-municipal-da-taquara-se-destacam-em-competicoes-de-matematica-6982229.html> . Acesso em: 26 mar, 2016.

SMOLE, KÁTIA STOCCO; PESSOA, NADIA; DINIZ, MARIA IGNEZ; ISHIHARA, CRISTIANE. **Jogos de Matemática: de 1º e 3º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2008. (Cadernos do Mathema – Ensino Médio)

SZTAJN, PAOLA. **Conteúdos, atitudes e ideologia: A formação do professor de matemática.** :In: Candau, Vera Maria, Magistério- Construção Cotidiana –Petrópolis, RJ: Vozes, 1997, cap.10.