UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – UNIRIO
CENTRO DE CIÊNCIAS E EXATAS E TECNOLOGIA – CCET
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

GUSTAVO CAMPOS BARCELOS

O ENSINO REMOTO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA PARA ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL

RIO DE JANEIRO
2021

GUSTAVO CAMPOS BARCELOS

O ENSINO REMOTO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA PARA ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Luzia da Costa Tonon Martarelli.
Coorientadora: Prof. Ma. Raquel Tavares Scarpelli.

RIO DE JANEIRO

2021

Catalogação informatizada pelo(a) autor(a)

B242

Barcelos, Gustavo Campos
O ensino remoto da análise combinatória para estudantes com deficiência visual / Gustavo Campos Barcelos. -- Rio de Janeiro, 2021.
73p

Orientadora: Luzia da Costa Tonon Martarelli.
Coorientadora: Raquel Tavares Scarpelli.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2021.

1. Ensino da análise combinatória. 2. Deficientes visuais. 3. Material concreto. 4. BNCC. I. Martarelli, Luzia da Costa Tonon, orient. II. Scarpelli, Raquel Tavares, coorient. III. Título.

GUSTAVO CAMPOS BARCELOS

O ENSINO REMOTO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA PARA ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em 25 de outubro de 2021.

Luzia da Costa Tonon Martarelli

Profa. Dr. Luzia da Costa Tonon Martarelli (Orientadora)...........CCET/UNIRIO

Ronaldo Busse

Prof. Dr. Ronaldo da Silva Busse...CCET/UNIRIO

Tânia Maria Moratelli Pinho

Profa. Tânia Maria Moratelli Pinho...IBC

RIO DE JANEIRO

2021

Dedico este trabalho especialmente ao meu pai, Celso, à minha mãe, Vera, e à minha esposa, Bárbara, que sempre me apoiaram e estiveram presentes para que eu pudesse conseguir concluir o Mestrado.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por sempre estar ao meu lado durante toda minha caminhada.

Agradeço aos meus pais, Vera e Celso, que sempre batalharam muito para que eu pudesse sempre estudar e me mostraram que a verdadeira riqueza é o conhecimento.

Agradeço à minha esposa, Bárbara, que sempre me incentivou a continuar estudando, desde que nos conhecemos, e por todo o sacrifício de tempo, a fim de que eu pudesse me dedicar ao Mestrado.

Agradeço à minha orientadora, Prof. Dra. Luzia da Costa Tonon Martarelli, que aceitou me ajudar nessa reta final, por toda a sua atenção.

Agradeço à Prof. Tânia Maria Moratelli Pinho, que foi essencial para que esse trabalho fosse feito.

Agradeço aos meus amigos de turma, que sempre me ajudaram para que eu pudesse concluir o Mestrado.

Agradeço a todos os professores do ProfMat pelo carinho, atenção e preocupação que tiveram comigo ao longo do curso.

Agradeço ao meu amigo Ronaldo Coutinho Teixeira pelo carinho, ajuda e preocupação que teve comigo durante o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho é voltado para o ensino de Matemática e Educação Inclusiva e tem como objetivo principal o aprendizado do raciocínio combinatório por alunos da educação básica que são cegos ou que possuem baixa visão, através do uso de materiais manipuláveis, encontrados facilmente em suas próprias casas. A metodologia aplicada no desenvolvimento do ensino da Contagem foi baseada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), já que a Contagem compõe uma das unidades temáticas estabelecidas pelo documento para a educação básica.

Palavras-chave: Ensino da Análise Combinatória; Deficientes visuais; Aprendizado; Material concreto; BNCC.

ABSTRACT

This dissertation is focused on math and inclusive teaching and its main goal is the combinatorial analysis teaching to blind and low vision elementary education students, using manipulable supplies that can be found at their own home environment. The methodology applied on the development of the counting teaching was based on BNCC, because the counting issue is one of the thematic units established on BNCC for the elementary education.

Keywords: Combinatorial analysis teaching; low vision students; Learning; School Supplies

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O tema de conclusão deste Mestrado foi pensado depois da leitura de uma reportagem publicada por um veículo de comunicação online, o site G1, cuja manchete era: “Professores adaptam aulas para o rádio para ajudar estudantes que não têm acesso à internet” (G1, 2020). O contexto de leitura era a pandemia pelo coronavírus (SARS-CoV2), ocorrida a partir de 2020, durante a qual as aulas presenciais da educação básica na cidade de Limoeiro, no Agreste Pernambucano, passaram a ser on-line, porém os alunos da zona rural de Pernambuco não tinham acesso à internet, o que fez os professores, portanto, adaptarem suas aulas para serem transmitidas através de uma rádio da cidade, a fim de que todos pudessem ser alcançados.

Nesse sentido, considerando que a atenção dos alunos está sempre mais voltada para a parte visual, o método criado, que envolvia a transmissão de aulas por uma rádio, teria uma dinâmica diferente. Pensando nisso, os professores da localidade passaram a planejar as aulas para que ocorresse também de forma inclusiva aos alunos cegos ou com baixa visão. E foi nesse contexto que surgiu a ideia do desenvolvimento deste trabalho de Mestrado, que traça uma proposta de ensino da Análise Combinatória para alunos cegos, levando em conta, para isso, o auxílio de materiais concretos que os alunos têm nas suas próprias casas, além, claro, da ajuda de seus familiares. Para a construção do trabalho foram feitas pesquisas através do Google Acadêmico que abordassem sobre o ensino da Análise Combinatória para deficientes visuais de forma remota, no entanto, não foram encontradas pesquisas semelhantes.

Para contextualizar tal proposta, é importante destacar que esse trabalho faz parte de um projeto de pesquisa da UNIRIO: “O ensino da Matemática para uma educação inclusiva – abordagens e soluções”, coordenado pela Professora Raquel Tavares Scarpelli e, além disso, insere-se no contexto dos anos de 2020 e 2021, quando surgiu a pandemia do Coronavírus no Brasil. Esse momento, no qual se tornou necessário o período de quarentena, que fez com que os alunos deixassem de ter aula presencial e passassem a ter aulas on-line, prejudicou de forma direta os alunos sem acesso à internet, dentre os quais se incluem diversos estudantes cegos ou com baixa visão. Portanto, o objetivo deste trabalho é traçar caminhos para o ensino e transmissão de conteúdos através de dinâmicas, utilizando materiais que não limitem tais estudantes, mas, pelo contrário, incluam-nos no ensino dos conteúdos.

De forma geral, este trabalho tem como objetivo auxiliar os professores que precisam se adaptar a um novo formato de aula que é bem diferente daquele a que estavam acostumados no ensino presencial. É o momento de se reinventar para que se possa estimular a educação e, ao mesmo tempo, cuidar da saúde e bem-estar de todos.

Logo, tendo em vista que a suspensão das aulas presenciais acarretou inúmeros impasses aos estudantes que não conseguiriam acompanhar as aulas virtuais por falta de internet ou por terem problemas de visão para assistir às aulas on-line, tornou-se clara a necessidade de adaptação dos conteúdos aos formatos de áudio, além do auxílio de materiais que os alunos tivessem em suas próprias casas, de forma a auxiliar o aprendizado. É claro que, tendo em vista a originalidade que tal modelo – novo – propõe, aplicar essa técnica às aulas presenciais torna-se também um importe passo a ser dado.

Dessa forma, é clara a necessidade de se desenvolver essa abordagem, pois é uma realidade que nos foi imposta pela quarentena. A situação social no Brasil passou a evidenciar a falta de internet e a falta de acessibilidade na inclusão de variados grupos, dentre os quais se incluem os alunos com deficiência visual e, especialmente, os que compõem turmas regulares do ensino básico. Partindo desse princípio, é clara a relevância da adaptação de toda a matéria visual – até então praticada nas escolas – para a descritiva e, com isso, revela-se o objetivo mais amplo desses novos modelos: atingir tanto os alunos videntes como os não videntes.

Portanto, este trabalho de conclusão de Mestrado tem este alvo: trata-se uma proposta para tornar o ensino remoto um método inclusivo tanto aos deficientes visuais como aos videntes, além dos alunos que não possuem acesso à internet – método no qual se destacam áudios, já que consomem menos dados e são mais acessíveis aos alunos.

Para essa pesquisa, então, foram tomados, como referências, diversos autores que versam sobre o tema de ensino da Análise Combinatória para deficientes visuais, dentre os quais se destacam Borba, Rocha e Azevedo (2015), que evidenciam que crianças e adolescentes – com ou sem deficiências – têm capacidade de resolverem problemas combinatórios, desenvolvendo formas específicas de pensamento que irão ajudar no enfrentamento bem-sucedido de ocasiões que exijam algum tipo de raciocínio hipotético-dedutivo. Já Vygotski (1997) não enxerga a deficiência como um problema, mas como uma chance de superação. Para ele, deficiência e superação são indissociáveis, pois a vontade de superar instiga a pessoa a buscar caminhos alternativos e, por sua vez, gera um autodesenvolvimento. Além disso, no estudo de Lambert et al (2004), pessoas cegas são influenciadas por experiências táteis que podem gerar imagens mentais, assim como em pessoas videntes. Nas pesquisas de Gil (2000), é por meio da linguagem e da exploração tátil que a pessoa com deficiência visual obtém informações para formar conceitos. Finalmente, para Morgado, Santos e Takinaga (2016), os alunos aprendem realizando descobertas, utilizando os sentidos; ou seja, o uso de materiais pedagógicos que utilizam variados sentidos é uma das alternativas para se trabalhar com inclusão, já que seria receptivo a todos os alunos.

Estruturalmente, esse trabalho possui cinco seções.

A seção sobre Referenciais Teóricos, inicialmente, tenta criar uma linha do tempo sobre a origem e o desenvolvimento da Análise Combinatória. Após, seguirá uma análise sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais e a BNCC, ambos relacionados à Matemática e à Análise Combinatória. Aproveitaremos, então, para abordar os conceitos que versam sobre o Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio Multiplicativo e do Princípio Aditivo.

Na seção sobre Deficiência Visual, serão abordadas as definições clínicas e sobre o ensino da Matemática para deficientes visuais, além da contribuição de materiais manipuláveis para ajudar nesse processo de aprendizagem.

Na parte da Metodologia serão abordadas as oficinas on-line, criadas com alunos através da plataforma Google Meet e na qual, através de alguns encontros, foram apresentados situações-problemas vividas pelos próprios estudantes e, por meio das dinâmicas, introduziram-se as noções de Permutações, Combinações e do Princípio Multiplicativo da Análise Combinatória.

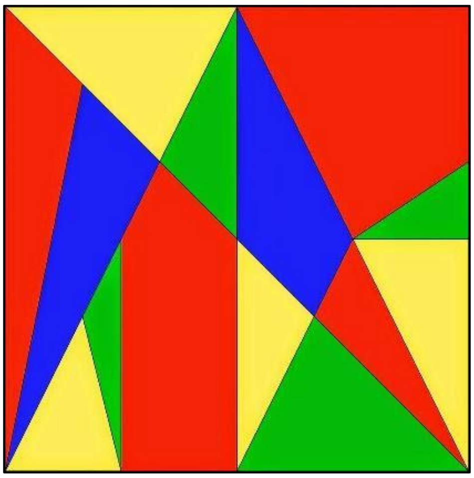
É importante destacar que tal projeto pode ser aplicado com qualquer turma do Ensino Fundamental ou Ensino Médio, para alunos videntes ou não, com o intuito de promover a inclusão de quem não tem acesso à internet ou alguma deficiência visual.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Aspectos Históricos da Análise Combinatória

Tavares e Brito (2005), na tentativa de definir uma linha do tempo entre a origem e o desenvolvimento da Análise Combinatória, acreditam que a Análise Combinatória – ou Cálculo Combinatório – tenha se originado ainda na Antiguidade, quando o Matemático grego Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.), que viveu em Siracusa, na Sicília, propôs um problema geométrico que se tornou famoso, o chamado Stomachion (palavra derivada do grego *stomachos*; em português, “estômago”). O jogo consistia em organizar 14 polígonos, de diferentes formatos e tamanhos, até que se conseguisse formar um quadrado (Figura 1).

Figura 1 - Representação do Stomachion

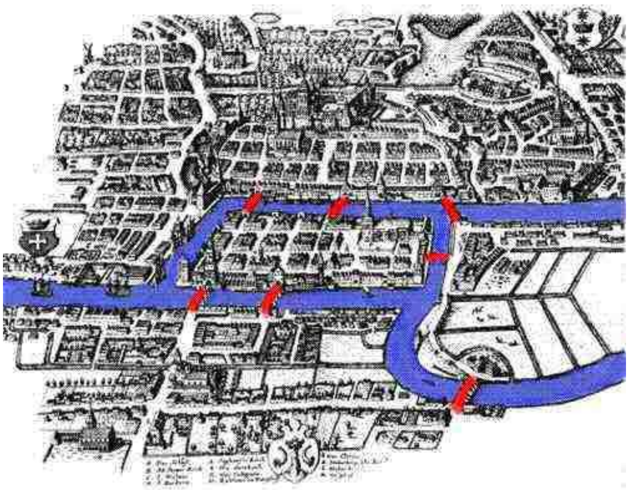


Fonte: ARAÚJO (2019, p.12)

O estudo e desenvolvimento aprofundado da combinatória surgiu com os jogos de azar (dados, cartas etc.), pois eles eram estimulantes e desafiadores. Alguns dos cientistas que contribuíram para seu estudo foram Moivre, Bernoulli e Euler.

Em 1736, o matemático francês Leonhard Euler (1707 – 1783), resolveu um problema famoso que havia surgido na Prússia, na cidade de Königsberg (atual Kaliningrado, Rússia). Ele ficou conhecido como “As Sete Pontes de Königsberg”. No enigma, apenas 5 das 7 pontes ligavam uma ilha ao continente (figura 2). A pergunta do problema era se era possível andar por toda a cidade passando por todas as pontes uma única vez.

Figura 2 - Representação de “As Sete Pontes de Königsberg”



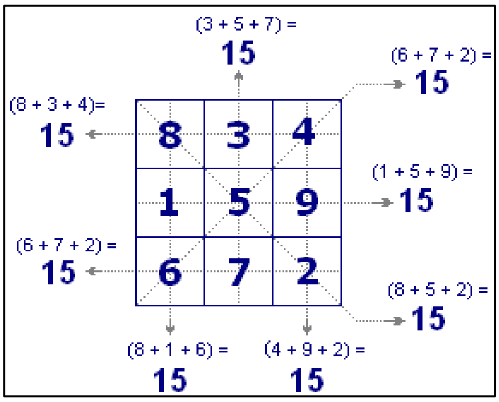
Fonte: ESQUINCALHA; CARDIM (2008, p.2)

Como existem diversas possibilidades (caminhos diferentes) para se passar por todas as pontes uma única vez, pode-se afirmar que o problema exige algum conhecimento de Contagem (Análise Combinatória). Euler, portanto, conseguiu demonstrar que “As sete pontes de Konigsberg” não tinha solução e, mais tarde, com novos estudos feitos, surgiu a Teoria dos Grafos, que trouxe aplicações importantíssimas para a Ciência da Computação.

Diante dessas descobertas, é importante destacar que, por um longo período, a Análise Combinatória foi desvinculada do cálculo aritmético. Segundo Rey Pastor (1939), “o conceito moderno do número é uma das provas do papel preponderante que a noção de ordem desempenha nas diversas teorias matemáticas”.

Segundo Biggs (1979, p.118), o termo quadrado mágico (de ordem n) “é um arranjo dos números 1, 2, 3, ..., n^2, em um quadrado n x n, de forma que cada linha, coluna ou diagonal deste quadrado possua a mesma soma”. Um exemplo é o seguinte:

Figura 3 - Representação de um quadrado mágico

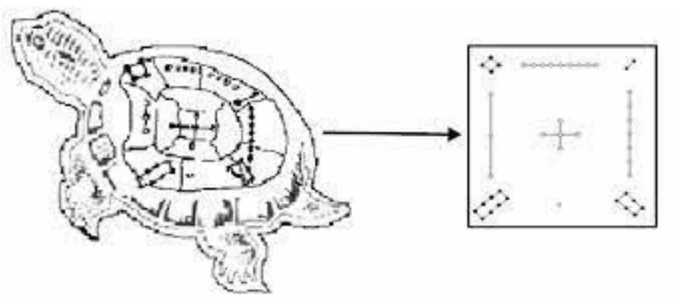


Fonte: http://www.projetozk.com/mais_um/24_quadrado_magico.htm

Segundo Wieleitner (1932), a formação dos quadrados mágicos é o problema mais antigo que se relaciona com a análise combinatória e com a Teoria dos Números.

Segundo Needham (1959), o quadrado mágico mais antigo que se tem conhecimento é o Lu Shu, proveniente da China e datado do século I d.C., mas, para Berge (1971), esse quadrado mágico pode ser bem mais antigo do que se imagina e pode ter sido escrito por volta de 2.000 a.C. Já para Eves (2004), por fim, existe uma lenda que diz que o imperador Yu foi o primeiro a vê-lo, por volta de 2.200 a.C., no Rio Amarelo, quando decorava a carapaça de uma tartaruga divina. Nas figuras 4 e 5, tal evolução está representada.

Figura 4 - A tartaruga sagrada e o Lo Shu



Fonte: FERREIRA (2019, p. 23)

Figura 5 - Quadrado mágico Lo Shu.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Fonte: FERREIRA (2019, p. 24)

Segundo Vazquez (2011), o quadrado mágico chinês conhecido como Lo Shu está associado às nove salas do palácio mítico de Ming Tang, já que, nesse lugar, ocorriam diversos ritos. Quando eram feitas as substituições dos símbolos associados aos ritos por números inteiros, determinava-se um famoso quadrado mágico, conhecido como Saturn. Vazquez afirma ainda que os quadrados mágicos estavam associados a coisas emblemáticas e causavam êxtase pela simples aritmética empregada em cada um dos diagramas, provocando assim uma grande admiração por todos.

2.2 A Análise Combinatória e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

A Análise Combinatória, segundo Hazzan (1977), “visa a desenvolver métodos que permitem contar o número de elementos de um conjunto, sendo estes elementos agrupamentos formados sob certas condições”. Em outras palavras, a Análise Combinatória é a área da Matemática que estuda métodos e procedimentos que se fazem necessários para contar elementos de um determinado grupo. É importante salientar que a Combinatória também é usada em diversas áreas do conhecimento científico, pois possui amplas aplicações.

O ensino da Combinatória na educação básica restringe-se basicamente nos tópicos de Princípio Fundamental da Contagem, Permutações, Arranjos e Combinações. É importante ressaltar que a matéria não se resume apenas a esses tópicos, isto é, existem outros tópicos que utilizam técnicas diferentes dessas, como, por exemplo, o Princípio da Inclusão-Exclusão, o Princípio das Gavetas, entre outros. (MORGADO et al., 1991). Todos esses métodos utilizados são importantes, pois não requerem restrição apenas a grupos com poucos elementos, dando-nos a liberdade de trabalhar com grupos que possuam qualquer quantidade de elementos.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN de Matemática, algumas das finalidades do ensino da Matemática no Ensino Fundamental é fazer o estudante:

> • Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
> • Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
> • Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
> • Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
> • Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
> • Um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória. (BRASIL, 1988, p. 37 e 38).

Ademais, segundo o Plano de Desenvolvimento da Educação – PDE (BRASIL, 2008, p. 129),

> a resolução de problemas é um dos eixos norteadores da atividade Matemática. Nesse sentido, essa prática possibilita o desenvolvimento de capacidades como a observação, o estabelecimento de relações, a comunicação (diferentes linguagens), a argumentação e a validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, dedução e estimativa. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento Matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

Vale considerar ainda que, conforme os PCNEM,

> A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas. (BRASIL, 2002, p. 112).

A Análise Combinatória é um dos conteúdos da Matemática que está presente nos Parâmetros Nacionais Curriculares, o que nos dá condições e fundamentações para abordar esse tema dentro da educação básica com mais relevância. Ainda, segundo o PCN,

> As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidades no Ensino Médio... (BRASIL, 1998, p. 257).

Um dos principais objetivos das PCN é associar as diferentes áreas dos conhecimentos que são importantes como instrumentos norteadores. Ela ressalta que é extremamente importante o pensamento combinatório na formação do indivíduo no Ensino Médio, além de alertar sobre a atenção/cuidado que o professor deve ter para ensinar tal assunto ao aluno.

De acordo com as PCN, esses tópicos estimulam os alunos a questionarem os problemas; a questionarem suas próprias respostas; a criarem problemas tendo como base o problema original, através de novas informações; a formularem novos problemas e, até mesmo, a analisarem problemas abertos – que apresentem frases ou parágrafos mais longos; que contem, por vezes, com dados suplementares; que permitem vários modos de resolução e até diferentes soluções –. Assim, tal cenário mostra, portanto, um método de ensino e aprendizagem que se faz necessário para estimular o pensamento crítico do aluno; método esse que não deve ser simplesmente uma reprodução do conteúdo por parte do aluno (quando ele recebe uma informação pronta e simplesmente a repete ou mesmo tenta jogar em uma fórmula que para ele não faz sentido algum).

Nesse ínterim, existe um documento recente, aprovado nos anos de 2017 e 2018, chamado de Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esse documento indica as competências, habilidades e aprendizagens fundamentais que todos os estudantes brasileiros devem desenvolver enquanto estiverem na educação básica. A BNCC tem como objetivo reduzir as desigualdades educacionais existentes no Brasil, tentando nivelar e aumentar a qualidade do ensino tanto dos alunos da rede pública como os da rede privada de todo o país. Ela preza que todos os alunos têm direito de aprender um conjunto de conhecimentos e habilidades comuns para o seu desenvolvimento.

A Análise Combinatória também está especificada na BNCC; a saber, na competência 3, habilidade 10:

> Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore. (BNCC, EM13MAT310, 2018)

A seguir, será abordado um tópico dentro da Análise Combinatória que é importante para o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos alunos durante as pesquisas que foram realizadas. Usaremos como referência os autores IEZZI (1997), MORGADO et al. (1991) e LIMA et al. (1998).

2.3 BNCC

Inicialmente, foi criada uma comissão com pessoas especializadas na elaboração de uma proposta para a BNCC e a primeira versão desse documento foi apresentada em 16 de setembro de 2015. Logo depois, no período de outubro de 2015 até março de 2016, esse documento ficou disponível para consulta pública, recebendo milhares de contribuições de todos os setores. Ao término da consulta pública, todas as propostas foram analisadas e, em seguida, foi elaborada uma segunda versão do documento, na qual foram feitas alterações de acordo com as contribuições que haviam sido sugeridas. Tal versão foi apresentada em maio de 2016. Porém, ela ainda não tinha sido considerada o texto final, passando, então, para uma nova fase: a de debates em seminários realizados por todo o Brasil.

Como resultado de todos esses debates, iniciou-se a formulação da terceira versão do documento em agosto de 2016. Nessa etapa, os resultados foram sistematizados pela UnB (Universidade de Brasília) e foram analisados ainda pela UNDIME (União dos Dirigentes Municipais de Educação) e pela CONSED (Conselho Nacional de Secretários de Educação), que puderam expressar seus vereditos em relação a esse documento. Tais análises, então, contribuíram para a versão final, que mais uma vez foi analisada por gestores e especialistas do MEC e disponibilizada para consulta pública.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi homologada pelo Ministério da Educação (MEC) em dezembro de 2017 para a Educação Infantil e Ensino Fundamental. Um ano depois, em dezembro de 2018, foi também homologada para o Ensino Médio. Esse documento normativo elaborou um conjunto de currículos específicos e essenciais que os alunos devem aprender ao longo da educação básica, fazendo com que facilite o desenvolvimento de competências gerais. A BNCC também assegura os direitos de aprendizagem.

O Plano Nacional de Educação (Lei n.13.005, de 25 de junho de 2014) trata a BNCC como estratégia para cumprimento das metas 2, 3 e 7.

> Estratégia 2.2 - pactuar entre União, Estados, Distrito Federal e Municípios, no âmbito da instância permanente de que trata o § 5º do art. 7º desta Lei, a implantação dos direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento que configurarão a base nacional comum curricular do ensino fundamental.
> (...)
> Estratégia 3.3 - pactuar entre União, Estados, Distrito Federal e Municípios, no âmbito da instância permanente de que trata o § 5º do art. 7º desta Lei, a implantação dos direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento que configurarão a base nacional comum curricular do ensino médio.
> (...)
> Estratégia 7.1 - estabelecer e implantar, mediante pactuação interfederativa, diretrizes pedagógicas para a educação básica e a base nacional comum dos currículos, com direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento dos (as) alunos (as) para cada ano do ensino fundamental e médio, respeitada a diversidade regional, estadual e local. (BRASIL, 2014)

O Art. 26 da LDB (Lei n.9.394, de 20 de dezembro de 1996) estabelece que:

> Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos. (BRASIL,1996)

Ainda, o Art. 10 da Constituição da República Federativa do Brasil disciplina, *in verbis:*

> Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais. (BRASIL, 1988)

Nesse sentido, os conhecimentos fundamentais estabelecidos pela BNCC, durante toda a educação básica do estudante, devem garantir com que os alunos aprendam a formação de dez competências gerais, validando os direitos de desenvolvimento e aprendizagem.

De acordo com a BNCC, a competência é definida como:

> a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 6)

Além disso, ainda de acordo com o documento, as competências gerais se inter-relacionam e servem para todas as etapas da educação básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), “articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores, nos termos da LDB”. (BRASIL, 2018, p. 6 e 7).

As competências oriundas de cada componente curricular têm como referência as dez competências gerais da BNCC, que são:

> **1-** Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
> **2-** Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
> **3-** Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
> **4-** Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
> **5-** Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
> **6-** Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
> **7-** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
> **8-** Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
> **9-** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de

> grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
> **10-** Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2018, p. 7 e 8)

A organização da BNCC é feita de modo a especificar quais as competências que os estudantes devem aprender ao longo de toda a educação básica.

Na segunda etapa, que ocorre no Ensino Fundamental, cabe a cada disciplina determinar suas próprias competências específicas, que devem ser provenientes da competência geral e que serão desenvolvidas ao longo dos nove anos de duração do Ensino Fundamental.

Cada componente curricular deve indicar um grupo de habilidades, as quais estão interligadas a vários conceitos, processos e conteúdo. Isso faz com que todas as competências específicas sejam garantidas no processo.

A tal processo dá-se o nome de unidades temáticas, as quais se definem da seguinte forma:

> Respeitando as muitas possibilidades de organização do conhecimento escolar, as unidades temáticas definem um arranjo dos objetos de conhecimento ao longo do Ensino Fundamental adequado às especificidades dos diferentes componentes curriculares. Cada unidade temática contempla uma gama maior ou menor de objetos de conhecimento, assim como cada objeto de conhecimento se relaciona a um número variável de habilidades. As habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares. Para tanto, elas são descritas de acordo com uma determinada estrutura. cada habilidade é identificada por um código alfanumérico cuja composição é a seguinte: (BRASIL, 2018, p. 27).

Tome-se como exemplo o código EF02MA02, onde:

a) As duas letras iniciais indicam a qual etapa da educação básica estamos nos referindo;
b) Os dois primeiros números indicam o ano a que se refere a habilidade;
c) As duas próximas letras indicam o componente curricular;
d) Os dois últimos números indicam a posição da habilidade na numeração sequencial do ano ou bloco de anos.

Dessa forma, o código EF02MA02 é referente à segunda habilidade de Matemática do segundo ano do Ensino Fundamental.

As habilidades não seguem uma ordem específica de prioridade de aprendizagens, por mais que estejam numeradas em uma ordem – ou seja, as habilidades podem ser organizadas de outras formas.

A ordem utilizada pela BNCC tem como objetivo garantir com precisão o que deseja e o que todos os estudantes têm que aprender na educação básica, fornecendo diretrizes para elaboração de currículos em todo território nacional e tomando esses currículos nas várias circunstâncias de aprendizado.

Existem situações lúdicas que, ao serem reconhecidas pela BNCC na etapa 2 (anos iniciais), mostram-nos uma compatibilização com as experiências vividas na Educação Infantil. Dessa forma, os alunos passam a construir novas formas de se relacionarem com o mundo, tornando-se, portanto, aptos a ler, a elaborar hipóteses sobre os fenômenos ou, até mesmo, contradizer hipóteses já criadas e elaboradas, fazendo assim novas descobertas e conclusões, sendo um ser ativo dentro do pensamento crítico da construção do conhecimento.

2.3.1 A Matemática na BNCC

De acordo com a BNCC, é essencial o conhecimento matemático durante toda a educação básica, tanto para a capacitação de cidadãos críticos como para prática na sociedade em que vivemos.

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, já que também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos. (BRASIL, 2018, p. 261)

No Ensino Fundamental, a Matemática tem como objetivo garantir que os estudantes relacionem representações matemáticas a práticas do mundo em que vivem, fazendo induções, conjecturas e criando no aluno a capacidade de transformar conceitos matemáticos na resolução de problemas reais.

Um dos desafios provenientes da BNCC é o letramento matemático, que tem o seguinte conceito:

> a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar

> conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (PISA, 2012, p. 18)

Nesse sentido, tal aspecto faz com que o aluno admita que são indispensáveis os conhecimentos matemáticos para a percepção do mundo. A Matemática deve ser estudada com outras áreas do conhecimento, baseadas em aplicações e investigações do dia a dia, para que as habilidades sejam desenvolvidas. Alguns dos métodos que podem ser utilizados são: modelagem matemática, resolução de problemas, entre outros métodos essenciais para o desenvolvimento de competências que levam ao letramento matemático.

As competências específicas da Matemática foram criadas conforme as competências gerais definidas pela BNCC. As oito competências específicas criadas foram:

> COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL:
>
> 1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
> 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
> 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas e conhecimento, validando estratégias e resultados.
> 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
> 7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
> 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a

> identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2018, p. 263)

De acordo com a BNCC, os diferentes campos que constituem a Matemática compreendem ideias importantes que produzem combinações entre elas. Diante desse cenário, essas “ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento” (BRASIL, 2018, p. 264). Os instrumentos de conhecimentos abordados pelo documento é uma terminologia para conteúdo.

Vale destacar, nesse sentido, que

> a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização. (BRASIL, 2018, p. 264)

As cinco unidades são: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; Probabilidade e Estatística. Na Tabela 1, apresenta-se o objetivo de cada uma das unidades temáticas.

Tabela 1 - Unidades Temáticas de Matemática

Números	Desenvolver o pensamento numérico, está relacionada à competência de contar, quantificar, resolver problemas relacionados a quantidades.
Álgebra	Desenvolver o pensamento algébrico, responsável por possibilitar a compreensão e representação das relações de grandezas, regularidade e proporcionalidade.
Geometria	Desenvolver o pensamento geométrico, responsável por investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos convincentes.
Grandezas e medidas	Desenvolver o estudo das medidas e as relações entre elas, fazendo uma ligação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.
Probabilidade e estatística	Desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas.

Fonte: BRASIL, 2018.

Tal divisão, portanto, revela o quanto a Matemática deve ser dividida em unidades temáticas, a fim de facilitar o entendimento das habilidades, além de representar a forma como elas de correlacionam.

2.3.2 Análise Combinatória e a BNCC

A BNCC aborda a Combinatória especialmente no eixo Números e Operações, porém, ao analisarmos o eixo Estatística e Probabilidade, podemos perceber o uso de conceitos combinatórios, mesmo que implicitamente.

Alguns dos objetos de conhecimento contidos nesses dois eixos do Ensino Fundamental mostram que o aluno terá que ser apto para aprender diversas habilidades fundamentais para sua formação.

Assim, pode-se perceber que, dentro dos objetos de conhecimento sinalizados na versão final da BNCC, especificamente no eixo da Probabilidade e Estatística, os conceitos combinatórios se fazem presentes. Dessa forma, ao detalhar resultados de eventos, por exemplo, é necessário analisar as possibilidades.

As habilidades abordadas nesse trabalho foram:

> 1.(EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.
> 2.(EF01MA02) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias como o pareamento e outros agrupamentos
> 3.(EF01MA03) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”.
> 4.(EF01MA04) Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros
> 5.(EF02MA02) Fazer estimativas por meio de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar o resultado da contagem desses objetos (até 1000 unidades).
> 6.(EF02MA03) Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”, indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos.
> 7.(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
> 8.(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
> 9.(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
> (BRASIL, 2018)

2.4 Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio Multiplicativo

De acordo com as recomendações dos Parâmetros Nacionais Curriculares – PNC (1997 e 1998), o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), que também é conhecido como Princípio Multiplicativo, é um dos tópicos da análise combinatória que era abordado apenas no Ensino Médio, mas agora passa a ser abordado também no Ensino Fundamental (anos iniciais – em 1997 – e anos finais em 1998).

Assim, para Pessoa e Borba (2009), o PFC é entendido como um princípio implícito na resolução de todos os tipos de problemas combinatórios. Já para Borba e Braz (2012), o PFC é uma estratégia válida, também, para problemas que apresentem condições para sua resolução, visto que a aplicação direta da fórmula nem sempre é válida para esses casos.

Na ótica de Dante (2016), o objetivo do PFC é quantificar o número de elementos de um conjunto finito no menor número de etapas sucessivas e independentes entre si. Por exemplo, destaca-se um conjunto finito que possa ser dividido em dois momentos sucessivos e independentes. Se, no primeiro momento, pode ser feito de m maneiras e, no segundo momento, de n maneiras, então o total de possibilidades das escolhas pode ser feito como m x n maneiras, e isso é sempre válido para etapas sucessivas e independentes uma da outra de um conjunto finito.

Não iremos demonstrar o PFC, pois, na demonstração, utiliza-se o Princípio da Indução Finita, que é um dos assuntos que não abordamos durante a Educação Básica. Portanto, será trabalhado esse conteúdo de forma intuitiva, por meio da resolução de situações-problemas, as quais requerem a utilização de esquemas, diagramas de árvores, enumeração de soluções e materiais manipuláveis, que os alunos têm nas suas próprias casas.

Inicialmente, é importante pontuar que existem diversos casos envolvendo a Análise Combinatória no cotidiano e, dessa forma, muitos problemas podem ser facilmente respondidos a partir do uso do princípio multiplicativo.

Assim, quando temos uma quantidade pequena de agrupamentos, no qual conseguimos descrever todos os casos, podemos simplesmente contar cada caso de forma direta ou usar um raciocínio lógico ou até mesmo usar o diagrama de árvores para escrever, de forma mais organizada, todas as possibilidades. Porém, existem casos em que a quantidade de agrupamentos é extremamente grande e se torna inviável escrever caso a caso, tornando assim a contagem direta ineficaz. Nessa situação, é melhor usar o PFC.

Segundo Pessoa e Borba (2009),

> a combinatória nos permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações, selecionados a partir de um conjunto dado, ou seja, a partir de determinadas estratégias ou de determinadas fórmulas, pode-se saber quantos elementos ou quantos eventos são possíveis numa dada situação sem necessariamente ter que contá-los um a um. (PESSOA E BORBA, 2009, p. 3)

Partindo desse princípio, é importante destacar, de forma bastante clara, a principal definição do Princípio Fundamental da Contagem. Tal procedimento é aplicado quando um evento é dado por número de possibilidades de fazer em *n* etapas distintas e independentes, o que se dá pelo produto da quantidade de modos possíveis que cada uma dessas etapas pode ser feita. Em outras palavras, esse princípio é definido da seguinte forma: se um evento tiver duas etapas, a primeira pode ocorrer de *p1* modos e a segunda pode ocorrer de *p2* modos. Sendo assim, $p1 \times p2$ é o total de formas de fazê-las.

De modo geral, se em um problema existem *n* etapas, elas podem ser feitas de forma tal que tenham:

P1 possibilidades para a 1ª etapa;

P2 possibilidades para a 2ª etapa;

P3 possibilidades para a 3ª etapa;

...

Pn possibilidades para a enésima etapa.

Logo, de tal lógica conclui-se que $P1 \times P2 \times P3 \times ... \times Pn$ é o número total de modos distintos de o evento ocorrer. Em outras palavras, quando se tem situações independentes umas das outras, quantifica-se o número de possibilidades de cada situação e multiplica-se para descobrir o total de possibilidades.

Aplicando essa ideia a um exemplo, sugere-se o seguinte problema: “Numa sorveteria, existem cinco sabores de frutas diferentes e três tipos de caldas também diferentes uma da outra. Considerando um sorvete sempre com um único sabor de fruta e um único sabor de calda, determine quantos sorvetes diferentes você consegue montar”.

Analisando todo o enunciando e sabendo que o sabor da fruta independe do sabor da calda, constatam-se dois casos independentes e, portanto, basta quantificar cada um dos casos e depois multiplicar.

- Quantidade de sabores de frutas? Resposta: 5.

- Quantidade de sabores de caldas? Resposta: 3.

Logo, o total de configurações possíveis será dado por 5 x 3, que dará 15 configurações diferentes de montar esse sorvete.

2.5 Princípio Aditivo

Outro princípio utilizado na Análise Combinatória é o Princípio Aditivo, que é formulado a partir de um resultado encontrado na Teoria e Noções dos Conjuntos. Entende-se que o princípio aditivo é a adição de dois conjuntos disjuntos.

No livro de Paiva (2009, p. 159), o teorema é explicado como "Sendo A e B conjuntos finitos, o número de elementos da união de A e B é dado por: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$".

3 DEFICIÊNCIA VISUAL

3.1 Definições Clínicas

A deficiência visual é a perda parcial ou total da visão com o melhor olho. Ela é subdividida da seguinte forma:

> a) cegueira: perda da visão, em ambos os olhos, de menos de 0,1 no melhor olho após correção, ou um campo visual não excedente a 20 graus, no maior meridiano do melhor olho, mesmo com o uso de lentes de correção. Sob o enfoque educacional, a cegueira representa a perda total ou o resíduo mínimo da visão que leva o indivíduo a necessitar do método braile como meio de leitura e escrita, além de outros recursos didáticos e equipamentos especiais para a sua educação;
>
> b) visão reduzida: acuidade visual dentre 6/20 e 6/60, no melhor olho, após correção máxima. Sob o enfoque educacional, trata-se de resíduo visual que permite ao educando ler impressos a tinta, desde que se empreguem recursos didáticos e equipamentos especiais. (BRASIL, 1998a, p. 26).

Nesse sentido, é fato que a cegueira afeta diversos aspectos, como identificar as cores, a distância, o tamanho, a forma, o objeto, dentre outros aspectos. A cegueira pode ser adquirida com o tempo, devido à exposição a causas orgânicas ou acidentais, ou simplesmente o indivíduo já pode nascer com essa deficiência, o que é conhecido como cegueira congênita.

3.2 O Ensino da Matemática para Deficientes Visuais

Quando se fala do ensino da Matemática no contexto de inclusão, torna-se ainda mais desafiador para o professor. Assim, quando os professores se deparam com uma turma onde se tem um aluno cego, surgem várias perguntas, dentre elas: como vou ensinar Matemática para esse aluno?

A maioria dos alunos vê a Matemática como uma matéria difícil e abstrata, ou seja, não consegue relacionar a Matemática aprendida na escola com a Matemática que é a plicada no cotidiano dele. Essa dificuldade se torna ainda maior quando se trata de alunos cegos, que precisam utilizar os outros sentidos (tato, olfato, audição) para conseguir compreender o conteúdo e os conceitos. Por isso, os professores devem abordar a Matemática de uma forma que atinja tantos os alunos videntes como os deficientes visuais, explorando os outros sentidos, de forma que a aula ocorra de forma inclusiva.

Partindo desse princípio,

> recebendo os estímulos adequados para empregar outros sentidos, como o tato, a fala e a audição, o educando sem acuidade visual estará apto a aprender como qualquer vidente, desde que se respeite a singularidade de seu desenvolvimento cognitivo (FERNANDES; HEALY, 2004, p. 71).

É claro que, para isso, é necessário olhar individualmente para cada aluno, sempre utilizando materiais adequados, que atendam sua particularidade e necessidade, já que é só dessa forma que o conteúdo Matemático conseguirá ser aprendido por esse estudante. Por isso, é evidente que as práticas pedagógicas são essenciais, já que é através delas que o docente passa a estimular o uso dos outros sentidos e torna a aula inclusiva, o que claramente garante um melhor desenvolvimento cognitivo dos alunos cegos.

De acordo com Baumel e Castro (2003, p.106),

> Estabelecer um processo de desenvolvimento profissional, caracterizando sua prática pedagógica como inovadora e criativa, baseada no uso e na análise dos materiais e recursos, considerando-os suportes do ensino. Nesta questão, o incentivo à formação continuada e a busca de aperfeiçoamento pessoal e profissional do professor são, sem dúvida, condições cruciais para experimentos e análises do grau de inovações advindas dos materiais.

As adaptações e o desenvolvimento de atividades não são simples e muitas das vezes é necessário buscar ajuda de outros profissionais para melhorar o desenvolvimento do ensino-aprendizado.

Por convenção, existem técnicas que podem ser realizadas pelo professor que facilitam o aprendizado dos alunos cegos. São elas:

a) Sempre que possível, ler tudo o que estiver escrito no quadro;
b) Verificar se o estudante conseguiu entender o problema e se conseguiu desenvolver o seu próprio raciocínio;
c) De acordo com a singularidade de cada um, dar tempo suficiente para que o aluno tenha questionamentos sobre o problema e para que ele desenvolva o raciocínio para a solução do exercício;
d) Fazer com que os alunos tentem fazer todos os exercícios, tanto os de sala de aula como os deixados para casa, não os isentando de nenhum exercício.
e) Segundo Carli (2006 apud Splett, 2015, p.72), também se inclui à lista a busca pela ajuda do educador especial da escola, com o intuito de utilizar os recursos necessários, a fim de facilitar o processo de aprendizagem da Matemática.

Pode-se concluir, dessa maneira, que o planejamento é muito importante para que as atividades desenvolvidas possam alcançar os objetivos pré-estabelecidos pelo professor. O ensino da Matemática para alunos que têm algum tipo de deficiência visual deve ter como objetivo a apropriação dos conceitos que consigam aplicar nos seus cotidianos; ou seja, é preciso ensinar a Matemática que esteja presente no dia a dia deles. Para isso, é necessário lançar mão do uso de recursos pedagógicos e das metodologias apropriados para cada aluno.

3.3 Contribuições dos Materiais Manipuláveis para o Ensino da Matemática

Segundo Lorenzato (2006), “Material Didático é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizado, portanto, pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um jogo, uma embalagem, entre outros.”. Ademais, ainda de acordo com o autor, existem dois estilos de materiais pedagógicos: os que neles não existe a possibilidade de alterações em suas formas e outros, que permitem fazer mediações para uma maior interação com os alunos, como, por exemplo, o ábaco, material dourado, entre outros. Esses materiais manipuláveis são excelentes, pois permitem modificações constantes, que facilitam para que o aluno faça descobertas dos conceitos ali contidos e, com isso, tenha uma efetiva aprendizagem.

De acordo com Rêgo (2016), o uso de materiais manipuláveis é essencial para o ensino da Matemática, já que esses instrumentos, quando utilizados como método de ensino, ampliam o entendimento do aluno acerca dos conceitos matemáticos envolvidos, o que favorece a aprendizagem pela formação de ideia e modelos.

Ribeiro (2011, p. 9) destaca que

> manipular materiais concretos permite aos alunos criarem imagens mentais de conceitos abstratos. Porém, é notório que, sozinho, tais materiais não conseguem atingir essas funções. É muito importante, assim, uma participação ativa do professor e, nesse caso, ao utilizar um material, é necessário que o conheça bem, saiba aplicá-lo e tenha claros os seus objetivos. Para isso, vale destacar, devem criar uma sequência didática que promova a reflexão e a construção de significados pelo aluno.

Portanto, é sempre importante lembrar a relevância na utilização de materiais manipuláveis para o ensino da Matemática. Inclusive, conteúdo de grande necessidade nos cursos de formação de professores, já que tais profissionais precisam se atentar para a importância da utilização desses recursos nas salas de aula.

Segundo Lorenzato (2006), o sucesso ou fracasso escolar do aluno depende do papel que o professor vai desempenhar durante as aulas. Não existe o sucesso sem o planejamento antecipado, ou seja, por mais que existam materiais manipuláveis que são comprovadamente eficazes para o ensino da Matemática, nada adianta sem planejamento anterior, pois, nessa ausência, os resultados podem não ser eficazes.

Nesse sentido, existem algumas especificidades quando se vai utilizar materiais manipuláveis com alunos cegos ou de baixa visão. São elas:

a) Como os alunos cegos utilizam muito o tato, devem ter detalhes em relevo nos materiais para que os alunos consigam diferenciar as peças umas das outras;
b) Outro sentido muito usado é o olfato, que pode ser explorado através de essências;
c) Também se pode utilizar a escrita Braille para caracterizar/descrever esses objetos.

d) Uma outra ação importante de inclusão é a descrição das imagens/objetos por parte do professor.

Nesse contexto, o docente deve estar atento à escolha e à organização desses materiais específicos, que vão auxiliar os alunos cegos para que eles consigam os objetivos previamente planejados pelo professor. Este trabalho não tem como objetivo falar sobre a formação de professores, mas, vale lembrar, existe uma política de educação que diz que todos os alunos com deficiência têm direito a se matricularem em uma turma regular. Entretanto, pouco se é estudado, inclusive na formação inicial de professores, sobre os princípios teóricos e metodológicos para ensinar Matemática a esses alunos com algum problema de visão ou até mesmo cegos.

Portanto, todas as necessidades educacionais dos alunos especiais devem ser analisadas, de forma a possibilitar a aplicação de metodologias e recursos que façam com que o estudante desenvolva suas habilidades e com que consiga realmente aprender.

Vale ponderar ainda que, conforme Passos (2006, p. 81),

> qualquer material pode servir para apresentar situações que levarão os estudantes a refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir com a ajuda do professor não estão em nenhum dos materiais, de forma a serem abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam.

Por isso, já que uma das disciplinas tidas como abstratas para os alunos é a Matemática, é necessário repensar seu ensino. Por continuar a ser trabalhada, na maioria das vezes, de forma tradicional, método no qual o professor escreve o conteúdo no quadro, sem nenhuma abordagem contextualizada ao cotidiano do aluno, o ensino torna-se disfuncional e faz com que o discente apenas grave os conteúdos reproduzidos, mesmo não fazendo nenhum sentido para ele. Logo, é importante a utilização de recursos que façam com que os alunos cegos consigam compreender de maneira significativa os conceitos matemáticos.

Finalmente, é válido lembrar que existem diversos materiais que podem ser usados como recursos didáticos. Alguns deles são: Tangram, Cuisenaire, Multiplano, além de outros, adaptáveis, como o dominó, o xadrez etc. Vale também ressaltar o uso de materiais que estão presentes nos cotidianos desses alunos, como: garrafas plásticas, palitos, tampas de garrafas plásticas, palitos de picolé, milho, entre outros.

4 METODOLOGIA

Para desenvolver a proposta de ensino objetivada por este trabalho foram utilizados materiais concretos, os quais os alunos têm em casa (roupas, material escolar, entre outros). A intenção foi fazer o estudante deficiente visual participar de dinâmicas capazes de construir o conhecimento matemático suficiente para aprender o raciocínio combinatório, fundamental para sua formação. Os encontros foram realizados no período de maio a agosto de 2021 e cada encontro durou em média 60 minutos. Foram feitas através da plataforma Google Meet e a dinâmica foi gravada, para posterior coleta de dados. Participaram semanalmente em torno de 5 alunos do Sétimo Ano do Ensino Fundamental do Instituto Benjamin Constant.

Será apresentado, na seção seguinte, o roteiro feito para orientar as oito oficinas realizadas, que contaram com a colaboração da professora regente da turma.

4.1 Roteiro

As atividades das oficinas contemplarão os seguintes objetivos do conhecimento:

a) Identificar os elementos do conjunto que se quer contar a cardinalidade;
b) Noções do Princípio Fundamental da Contagem;
c) Noções de Permutação;
d) Noções de Combinação.

4.1.1 Estratégia da Oficina

Princípio Fundamental da Contagem

Logo no início da aula, a intenção é tentar atrair a atenção do aluno para o conteúdo da Análise Combinatória. Para isso, é interessante apresentar uma situação-problema que componha a sua realidade, que o fará participar mais ativamente.

Abaixo, são citados exemplos de situações-problemas que foram trabalhados nas oficinas.

Exemplo 1: “Você tem duas bermudas de comprimentos diferentes e três camisas de cores diferentes. De quantas formas diferentes você consegue se vestir?”;

Exemplo 2: “Ao ir para a escola, você pode ir de ônibus ou de metrô. Na volta da escola, além do ônibus e do metrô, você também tem condições de pegar um táxi. De quantas maneiras diferentes você pode fazer o trajeto casa - escola - casa?”.

Peça ao aluno que indique quantas e quais são as opções de transporte para chegar ao IBC, partindo de sua própria casa, e também para chegar à sua casa, saindo do IBC. Depois, peça para identificar todas as maneiras de fazer o trajeto casa-escola-casa. Com esses dois exemplos, trabalhamos as noções do Princípio Fundamental da Contagem.

Em seguida, é importante introduzir situações inusitadas, para que os alunos consigam entender o significado das palavras combinar, permutar, distintos, entre outros, que utilizaremos durante a oficina. Por exemplo: para introduzir noção de Combinação Simples, pode-se fazer a seguinte pergunta: “- É possível fazer combinações de queijos e sapatos para fazer um macarrão?”

Observação: Peça que formulem um exemplo novo e que também anotem as estratégias até então aplicadas.

Arranjo e Combinação Simples

A seguir, temos um exemplo que sugere noções de Combinações Simples (letras a e b), Arranjo e Princípio Fundamental da Contagem (letra c).

Exemplo 3: “Você fará parte de um grupo de 3 alunos (você e mais dois colegas da turma). [Observação: colocar o complementar.] Partindo desse princípio:

a) escreva o seu nome e os nomes dos dois colegas que gostaria que fizessem parte do seu grupo.
b) escolha 2 para representar o grupo. Quais são os possíveis representantes? Fale algumas das possibilidades.
c) e se, desses dois representantes, um fosse o presidente e o outro vice-presidente? Mudaria alguma coisa na hora de exibir as possibilidades?

   – De quantas formas distintas você pode escolher os dois representantes no seu grupo (no caso “b”)?

   – De quantas formas diferentes você pode escolher dois representantes no seu grupo (no caso “c”)?”.

Permutação

Para introduzir o conceito de Permutação, é importante partir de convites como este: "Vamos brincar de trocar as letras de lugar do seu nome?". Ilustrando, pode-se propor:

Exemplo 4: "Permutando as letras do seu nome, como ficaria se escrito de trás para frente? Exiba uma outra permutação do seu nome."

Nas atividades propostas até aqui, os participantes poderiam usar diversas formas de representação para exibir suas soluções. Apresentaremos a seguir algumas atividades que podem ser realizadas utilizando materiais concretos, que os alunos têm em suas próprias residências.

Atividades com materiais concretos

Por estar trabalhando remotamente com alunos deficientes visuais (cegos e baixa visão), utilizaremos roupas e outros materiais que os estudantes têm em sua própria casa para o ensino da Análise Combinatória, fazendo com que não seja necessário o envio de nenhum material para eles e nem compras adicionais.

4.1.2 Atividades

A primeira parte do item "a" tem como objetivo explicar o conceito do Princípio Multiplicativo através de escolhas de roupas e calçados. A segunda parte tem como objetivo ordenar os objetos, fazendo com que eles entendam o conceito de Permutação Simples.

a) Separe duas camisas, duas bermudas, e dois pares de calçados. Todos diferentes entre si. Depois, responda:

   – Escolhendo duas peças com que irá se vestir (uma camisa e uma bermuda), exiba todas as possibilidades de escolhas. Qual o total de maneiras distintas que você pode se vestir?

   – Escolhendo três peças que irá colocar (uma camisa, uma bermuda e um par de calçado), de quantas maneiras distintas você pode fazer isso?

O item "b", a seguir, exibe a continuação do raciocínio sobre o conceito de Permutação Simples, além de trabalhar com o conceito de Permutação Caótica.

b) Agora, escolhidas as 3 peças, você vai decidir a ordem com que você se vestirá e se calçará. Mas atenção: não fale para ninguém; guarde essa informação, escrevendo em algum lugar ou gravando. ALGUÉM de nós tentará descobrir qual a ordem que você escolheu! Agora:

– Exiba algumas maneiras de escolher a ordem das três peças.

– De quantas maneiras ela poderá fazer isso?

– Pense: alguém conseguiria adivinhar a ordem escolhida por fulano?

– Quantas são as possibilidades de ela não conseguir descobrir nenhuma das peças na ordem certa?

– E quais são as possibilidades de ela acertar somente uma das peças na ordem certa?

Agora, o item "c" reforça o conceito de Permutação Simples e Permutação Caótica e apresenta o conceito de Combinação Simples.

c) Agora vá até uma parte que você gosta muito (pode ser cozinha, cantinho dos brinquedos, material escolar etc.) e separe 4 objetos de sua preferência (fale para a gente o que você escolheu!). Agora, mentalize três dos objetos e grave a sua escolha. Nós tentaremos descobrir quais foram os três objetos.

– Exiba algumas maneiras de escolher os três objetos.

– De quantas maneiras ela poderá escolher?

– Escolhidos os três objetos, responda: de quantas maneiras você poderá ordená-los?

– Escolha uma ordem para apresentar os três objetos (grave ou escreva e não fale).

– Dessa quantidade de maneiras encontradas no penúltimo item, em quantas delas apenas 1 objeto está na ordem escolhida por você no item anterior?

– Em quantas dessas ordenações não há nenhum objeto no lugar que você escolheu?

4.1.3 Avaliação

Ao final, um formulário no Google Forms (apêndice A) será sugerido aos alunos, para que avaliem todos os encontros.

4.2 Resultados

Os encontros conseguiram mostrar como os alunos conseguem expressar as suas dúvidas e suas dificuldades. Nestes, foi observado a importância das atividades grupais, onde um aluno consegue expor seu raciocínio e, dessa forma, auxilia na compreensão de um outro aluno. Além disso também foi percebido que a utilização de materiais concretos gera um entendimento mais completo por parte do participante com deficiência visual. Um exemplo dessa última afirmativa foi que quando foi perguntado como eles conseguem diferenciar suas roupas, foram obtidas as seguintes respostas: “Quando tem desenho ou etiqueta, eu consigo diferenciar” e “Algumas são mais finas, outras mais grossas. *[Percebo]* Quando tem bolso ou não”.

Abaixo será apresentado as oito oficinas realizadas.

4.2.1 Oficina 1 – Conceito do princípio multiplicativo

Antes de iniciar a primeira atividade, foi explicado aos participantes o motivo e os objetivos da pesquisa. Também foi apresentado a eles o que seria o raciocínio combinatório.

A primeira atividade teve a duração de cinquenta e seis minutos e foi realizada com a participação de quatro alunos, aos quais atribuí um nome fictício; a saber: Letícia (17 anos), Israel (13 anos), Lucio (15 anos) e Vitoroso (15 anos).

Logo no início, foi apresentada uma situação-problema bem comum para eles. Consistia em saber de quantas formas diferentes eles poderiam se vestir para ir à escola e, além disso, como visualizariam tais possibilidades. Nessa situação, foram dadas **duas** possibilidades de bermudas (tamanhos diferentes) e três possibilidades de camisas (cores diferentes).

O primeiro a responder foi o Israel, que partiu direto para o número de soluções, fazendo o cálculo 3x2, cujo resultado confere seis possibilidades. Perguntou-se, então, aos alunos se eles concordavam com a resposta e como eles visualizavam essas possibilidades. Como estavam demorando a responder, decidi especificar melhor os objetos. Apresentei as bermudas de tamanhos diferentes (uma foi chamada de bermuda e a outra de calça) e as camisas de cores distintas (uma amarela, uma vermelha e uma azul). Após isso, eles sentiram mais facilidade em descrever as possibilidades.

Letícia foi nos descrevendo as **seis** possibilidades, seguindo a seguinte estratégia: com a bermuda, ele foi trocando só as camisas, dando **três** possibilidades. Depois, repetiu o processo com a calça e as **três** camisas, dando mais **três** possibilidades. Fechou, dessa maneira, as **seis** possibilidades.

Assim, depois da descrição das ocorrências, concluímos com os alunos que as duas formas que foram respondidas, tanto por Israel como por Letícia, estavam corretas. Então perguntamos ao Israel o que significava **três** e o que significava o **dois** na multiplicação que ele tinha feito no início da atividade. Ele então respondeu: "ISRAEL: O **três** era as camisas e o **dois**, a bermuda e a calça.".

Dessa forma foi percebido que o entendimento foi alcançado por dois alunos dos quatro presentes e, para finalizar foi introduzido o conceito de princípio multiplicativo.

4.2.2 Oficina 2 – Combinação Simples e Arranjo

A segunda oficina teve a duração de cinquenta minutos e foi realizada com a participação de seis alunos, aos quais atribuí um nome fictício; a saber: Letícia, Israel, Lucio, Vitoroso, Leandro (15 anos) e Camila (15 anos).

Antes de iniciar a segunda oficina, os alunos Leandro e Camila se apresentaram e nos contaram sobre as suas experiências com a Matemática.

Leandro nos contou que gostava muito de Matemática, porém, devido a algumas avaliações que o deixaram de recuperação, começou a ter "medo" da matéria. Na pandemia, então, percebeu que deveria mudar essa concepção e que deveria estudar mais.

Já Camila relatou gostar muito de fazer cálculos, já que, segundo ela, sempre recebeu incentivos do pai.

Nesse contexto, foi iniciada a oficina perguntando como os alunos faziam para fazer anotações. O aluno Lucio disse que costuma escrever em braile ou registrava em bloco de notas do celular. Entretanto, reconheceu que nem todos os alunos sabem utilizar tal recurso. Então, outra sugestão, dada pela aluna Camila, foi a reglete.

Logo, a situação-problema proposta para os alunos foi a seguinte: cada aluno deveria escolher para o seu grupo dois amigos e anotar os nomes deles. Cada grupo seria representado por uma dupla. Em seguida, foi pedido para que eles dissessem o total de possibilidades de diferentes duplas que poderiam representar o grupo. A primeira resposta que obtivemos foi que só poderíamos formar uma dupla. Lucio disse: “... se é um grupo de **três**, só dá para formar uma dupla...”.

Percebi, então, que a pergunta não foi compreendida e que, por isso, seria necessário reformulá-la: “Mas quais são as possibilidades para essa dupla?”. Em seguida, o aluno Vitoroso respondeu: “Eu acho que pode ser eu e o Lucio ou eu e o Israel ou o Israel e o Lucio. Então são três possibilidades”.

Para tentar facilitar a contagem, foi sugerido que eles usassem as letras A, B e C como os integrantes do grupo e, dessa forma, eles conseguiram formar as três possibilidades mais facilmente.

Em seguida, foi proposta uma variação da situação anterior. Depois de escolhida uma dupla, um dos integrantes iria ocupar o cargo de presidente e o outro de vice-presidente. Foi perguntado, nesse momento, qual seria o número de possibilidades de duplas neste caso. A aluna Letícia respondeu: “Eu acho que são duas possibilidades, porque eu tirei a pessoa que não é nem vice e nem presidente”. Com essa fala, foi percebido que não foi entendida a pergunta pela Letícia e nem pelos outros alunos. Então, expliquei que, nessa situação, cada integrante teria uma função diferente um do outro dentro da dupla. Dessa forma, o aluno Vitoroso respondeu: “Então eu acho que podem ser **duas** pessoas: uma A pode ser a presidente e uma B, a vice-presidente”. Notamos o entendimento da nova situação-problema, com o detalhe de que ele empregou a palavra “e” no lugar do “ou” – o que, porém, não o impediu de compreender perfeitamente o novo problema.

Logo depois, ele indagou: “Será que não pode ser igual a antes? **Três** possibilidades?”. Para respondê-lo, então, pedimos para que ele dissesse o nome dos integrantes do seu grupo, a saber: Vitoroso, Israel e Lucio. Então, o próprio Vitoroso descreveu **cinco** possibilidades, porém de forma aleatória. O aluno Lucio o completou com mais uma, totalizando **seis** possibilidades, que é a resposta correta.

Em seguida, pedimos que eles criassem uma estratégia de organização a fim de não esquecerem nenhuma possibilidade. A resposta dada por Vitoroso foi: “Eu posso ser o presidente duas vezes: eu, presidente e o Lucio vice; ou eu presidente e o Israel vice. Poderia ser, ainda, o Lucio presidente e eu vice ou ele de presidente e o

Israel e eu de vice; o Isaque presidente e eu de vice ou ele de presidente e o Lucio de vice”.

Foi concluído, portanto, na estratégia do Vitoroso, que cada integrante do grupo aparecia duas vezes como presidente na listagem das possibilidades. Nesse sentido, pedimos a cada aluno que descrevesse seu grupo e suas respectivas possibilidades. Então, no decorrer, todos conseguiram compreender.

Passando para outra indagação, foi proposto a eles que analisassem a diferença entre a primeira pergunta e a segunda que nós fizemos e por que uma deu **três** e a outra **seis**. Nesse contexto, surgiu o diálogo:

LEANDRO: “A segunda era para colocar cada um em uma posição e é por isso que acabamos achando mais possibilidades.”

ISRAEL: “Porque a outra era para escolher só dois representantes e essa era para escolher um presidente e um vice-presidente.”

VITOROSO: “Na primeira, eram dois representantes iguais e, na segunda, era um presidente e um vice.”

Logo, com essa atividade, foram trabalhadas as noções de combinação simples e arranjo. Mesmo sem colocarmos fórmulas ou conceitos, cinco alunos dos seis presentes concluíram com êxito o esperado; souberam identificar quando a ordem importa e quando não importa.

4.2.3 Oficina 3 – Noções de Permutação Simples e com Repetição

A terceira oficina teve a duração de cinquenta minutos e foi realizada com a participação de seis alunos, aos quais atribuí um nome fictício; a saber: Letícia, Israel, Lucio, Vitoroso, Leandro e Camila.

Nesta oficina foram trabalhadas noções de Permutação. Assim, começamos pedindo para que os alunos anotassem seus nomes no local de mais fácil acesso para eles. Uns usaram reglete; outros, bloco de notas do celular.

Inicialmente, pedimos aos alunos que falassem seus nomes de trás para frente. Perguntamos se esses nomes poderiam ser lidos e se faziam sentido. Todos concordaram que essas palavras criadas não existiam, no entanto, perceberam que seriam capazes de criar fonemas para falar esses novos nomes.

Então, para seguir com a dinâmica, o nome de Lucio foi tomado como exemplo, a fim de que fosse possível explicar o que são anagramas. Nesse sentido, foi dito:

"Pegam-se as letras L, U, C, I e O (as letras do seu nome) e organiza-se de outra forma. Dessa maneira, o que você vai formar tem o nome de anagrama. E por que se chama "anagrama" e não "nome"? Porque nem sempre, quando eu organizar essas letras de forma diferente, vai formar um nome que nós conhecemos e conseguimos falar. Por isso, a gente não pode chamar de "palavra" ou "nome", porque nem sempre são coisas conhecidas".

Após a explicação do que seriam anagramas, pedimos a eles que pegassem as letras do nome Lucio e falassem quais e quantas possibilidades de anagramas daria para formar. Algumas das possibilidades ditas por eles foram: "LUCIO", "COILU", "COLUI", entre outros. Leandro aplicou esse aprendizado a uma outra situação do seu cotidiano e disse: "Isso pode se tornar até uma senha!". Logo, podemos perceber que não houve limitação do conhecimento. Quando indagados sobre a quantidade de anagramas formados, Israel, que possui baixa visão, disse ter contado 34.

Para concluir esse encontro, escolhemos o nome LUIZ e perguntamos se a quantidade de anagramas seria maior ou menor comparado ao nome LUCIO. O aluno Israel respondeu: "Luiz vai ter menos, porque é constituído por **quatro** letras; Lucio vai ter mais, porque é formado por **cinco**". Assim, perceberam que quanto maior o número de letras, maior o número de diferentes ordenações. Por isso, pedi que pensassem em mais anagramas para a palavra LUCIO e apresentassem no encontro posterior.

Finalmente, na semana seguinte, iniciamos o encontro relembrando o que ocorrera na semana anterior e perguntamos se tinham encontrado mais anagramas. O aluno Israel respondeu: "Nessa semana, o máximo que eu consegui foram 53 possibilidades". Assim, indagou-se a ele como fez para saber que não repetiu nenhum dos anagramas. Então, respondeu: "Eu fui montando uma lista e fui conferindo. Alguns eu repeti, então tirei dessa lista". Além desse aluno, Vitoroso fez com o seu nome, achando 23 possibilidades a partir da mesma estratégia de Israel.

O objetivo dessa atividade era que os alunos compreendessem a ideia de permutação e não que acertassem o número de possibilidades.

De acordo com as respostas de todos os participantes, concluímos que eles, entenderam com êxito, a terceira oficina, compreendendo as noções de permutação simples e permutação com repetição através de formação de anagramas.

4.2.4 Oficina 4 – Noção do Princípio Multiplicativo (Princípio Fundamental da Contagem)

A quarta oficina teve a duração de sessenta minutos e foi realizada com a participação de cinco alunos, aos quais atribuí um nome fictício; a saber: Letícia, Israel, Lucio, Vitoroso e Leandro.

Nesta oficina, trabalhou-se trabalhada a noção do Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem.

Iniciamos explicando que usaríamos materiais concretos, os quais eles teriam em suas casas. Em seguida, perguntamos como eles fariam para diferenciar suas roupas.

O aluno Vitoroso respondeu: “Quando tem desenho ou etiqueta, eu consigo diferenciar”.

A aluna Letícia respondeu: “Algumas são mais finas, outras mais grossas. *[Percebo]* Quando tem bolso ou não”.

Perguntamos, além disso, sobre como eles escolhiam as cores e eles responderam que sempre pediam ajuda a alguém.

Nesse contexto, foi solicitado aos alunos que separassem **duas** camisas, **duas** bermudas e **dois** calçados diferentes. Num primeiro momento, avisamos que utilizaríamos apenas as camisas e as bermudas e criamos uma situação em que tivessem que se arrumar. Assim, perguntamos quais e quantas seriam as possibilidades de se vestirem. O aluno Vitoroso começou descrevendo as quatro peças as quais ele tinha separado e logo depois falou que existiam **quatro** possibilidades para se vestir. A estratégia utilizada por ele foi a seguinte: para cada camisa, ele poderia usar **duas** bermudas diferentes. Portanto, como eram duas camisas, ele tinha **quatro** possibilidades. Todos os alunos utilizaram a mesma estratégia de Vitoroso.

Dando continuidade à oficina, pedimos que, além das **duas** camisas e das **duas** bermudas, também fossem incluídos os **dois** sapatos. Depois, perguntamos se mudaria a quantidade de formas diferentes de se arrumar, colocando uma camisa, uma bermuda e um par de calçados. Lucio respondeu: “Eu acho que vai ter mais”. Os demais alunos concordaram com ele.

O aluno Leandro tentou descrever as suas possibilidades, porém, como são muitas, ele acabou se confundindo quando tentou ordená-las. Pedimos, então, que ele anotasse e depois nos descrevesse e com isso ele conseguiu chegar à conclusão, memorizando 8 possibilidades. Assim, ele relatou que sua estratégia foi a seguinte: “Com um dos calçados, eu fui trocando as camisas duas vezes. Depois, fui trocando as bermudas também. Logo após, eu troquei os calçados e cheguei nesse valor”.

O aluno Vitoroso descreveu as suas peças e chegou a mesma resposta, utilizando a estratégia de tocar nas peças e montar diferentes formas de se vestir. Ele relatou: “Imaginando eu esqueço, então eu preferi usar a mão” – fala importantíssima, que revela a importância de utilizarmos materiais concretos para o ensino da Matemática.

Para concluir a quarta oficina, perguntei se seria mais fácil imaginar as diferentes formas de se vestir ou se seria melhor tocar nas peças para pensar nas possibilidades. O aluno Leandro respondeu que seria mais fácil tocar nas peças para diferenciá-las: “Foi mais fácil para mim, porque eu estava tocando nas roupas. Não era mais suposição”. Essa pergunta foi feita com o objetivo de comparar essa à primeira oficina, na qual não foram utilizados materiais concretos.

Com esta oficina, findamos o quanto é importante o uso de materiais concretos durante as atividades para o aprendizado do estudante.

4.2.5 Oficina 5 – Permutação Simples e Permutação Caótica

A quinta oficina teve a duração de setenta minutos e foi realizada com a participação de cinco alunos, aos quais atribuí um nome fictício; a saber: Letícia, Israel, Lucio, Vitoroso, Leandro.

Trabalhamos nesta oficina noções dos conceitos de Permutação Simples e Permutação Caótica, utilizando materiais concretos.

Para iniciarmos a quinta oficina, pedimos para que cada aluno separasse um par de calçados, uma bermuda e uma camisa. Em seguida, pedimos que cada um anotasse a ordem em que colocaria cada uma das peças escolhidas. Explicamos que eles deveriam tentar adivinhar a ordem de itens com que um aluno, escolhido aleatoriamente, se arrumaria. Todos tentaram adivinhar a ordem que Leandro escolheu para se arrumar.

Cada um dos **quatro** alunos deu uma sugestão, obtendo assim **quatro** possibilidades distintas. Perguntamos se existiriam mais possibilidades. O aluno Israel falou: “Eu acredito que possa ter mais **cinco**”. Letícia afirmou: “Eu acho que são só **quatro**”. Vitoroso retificou: “Eu acho que são **seis**”.

Foi perguntado, então, como eles conseguiriam confirmar esses valores. A aluna Letícia respondeu: “Contando as formas de se vestir e se calçar”. Vitoroso afirmou: “Eu fui contando nos dedos. Pode ser chinelo/short e camisa, chinelo/camisa e short, short/camisa e chinelo, short/chinelo e camisa, camisa/short e chinelo ou camisa chinelo e short”;

Israel relatou: “Eu fiz 3x3, que é a quantidade de combinações que você pode fazer. Você pode usar short, bermuda, chinelo… E isso aí vai orientar melhor, porque contando no dedo você se confunde mais”.

Indagamos ao menino o que significa o primeiro e o segundo **três** dentro dessa multiplicação e ele respondeu que tanto o primeiro quanto o segundo três são referentes ao número de peças (short, camisa e chinelo).

Assim, aproveitamos este momento para introduzir o conceito de Princípio Multiplicativo, que, neste problema, relaciona-se com a tomada de **três** decisões: escolher a primeira peça que será colocada; escolher a segunda e, em seguida, a terceira.

Falamos da escolha da primeira peça, que teria **três** possibilidades. Em seguida, perguntamos o que aconteceria com a quantidade de possibilidades para a segunda peça (se aumentaria ou diminuiria). Então, Israel respondeu que achava que diminuiria. Então respondemos que estava certo, que seriam duas, e ele afirmou que era isso. Seguindo, perguntamos quantas possibilidades teríamos para a terceira peça, dado que já escolhemos as outras duas. Israel respondeu: “Uma possibilidade”. Assim, fechamos o Princípio da Multiplicação, em que 3 x 2 x 1 = 6 possibilidades.

Finalmente, concluímos a ideia do Princípio Multiplicativo explicando: “Tenho decisões a tomar e maneiras de tomar cada decisão. Só que essas decisões são tomadas uma atrás da outra. Eu tenho que tomar a primeira, para depois tomar a segunda, depois a terceira, e assim vai”.

Para finalizar a quinta oficina, perguntamos se uma das **quatro** sugestões, dadas pelos **quatro** alunos, tinha sido a ordem escolhida pelo aluno Leandro, porém ninguém acertou. Aproveitamos esse momento para mostrá-los que, mesmo as chances sendo grandes, existe a possibilidade de não acertarem, e isso aconteceu porque a quantidade de possibilidades era maior do que a quantidade de opiniões. Em seguida, repetimos a mesma dinâmica com a aluna Letícia. Com isso, os alunos tiveram maior facilidade em achar a quantidade de possibilidades ao tentar adivinhar a ordem escolhida.

Para tentar facilitar a descrição das **seis** possibilidades, sugerimos a seguinte estratégia: chamar o calçado de A, bermuda de B e a camisa de C e pedimos para que eles representassem dessa forma. O aluno Vitoroso afirmou: "Eu entendi. Pode ser ABC, ACB, CAB, CBA, BAC e BCA". Ele percebeu que com A, que é o calçado, poderia colocar primeiro a bermuda e depois a camisa (ou vice-versa, primeiro a camisa e depois a bermuda). Depois, repetiu o mesmo processo com B e C.

Em seguida, foi proposta uma variação da situação anterior: "Alguém pode falar uma ordem diferente da Letícia? Nenhum objeto pode estar na ordem que a Letícia escolheu". Num primeiro momento, os alunos não entenderam o que foi pedido e por isso reformulamos o questionamento, explicando que a Letícia escolheu colocar o short em primeiro lugar, a camisa em segundo lugar e o chinelo em terceiro lugar. Questionamos, assim, qual seria a possibilidade de que eu escolhesse uma ordem onde nenhuma das peças estaria na mesma ordem que Letícia escolheu. A própria replicou: "Colocar o chinelo em primeiro lugar, o short em segundo e a camisa em terceiro". Depois dessa resposta, todos conseguiram compreender o questionamento feito.

Perguntamos ainda se havia outras possibilidades além da descrita por Letícia, e o aluno Israel disse: "Em primeiro lugar a camisa, em segundo o chinelo e em terceiro o short". Assim, totalizando **duas** possibilidades de ordenações em que nenhum objeto está na posição originalmente escolhida por Letícia. Questionamos, ademais, como poderíamos provar se existem ou não mais possibilidades, porém nenhum deles conseguiu nos responder. Como já haviam dito que existem **seis** possibilidades de permutar os **três** elementos, retiramos desse total as duas possibilidades ditas anteriormente e a ordenação escolhida pela Letícia. Depois dessa explicação, os alunos perceberam que sobrariam apenas mais **três** opções (6 - 3 = 3) para testar. Observaram que, em todas **três**, pelo menos um dos objetos estava na ordem escolhida pela Letícia. Aproveitamos esse momento para dizer que isso é um exemplo de Permutação Caótica.

Para formalizar o conceito de permutação caótica, mostramos um outro exemplo com os algarismos 1, 2 e 3. Ocorreu o seguinte diálogo:

"'LUZIA: O 1 está em primeiro lugar, o 2 em segundo e o 3 em terceiro. Isso não é caótico. Está certinho. Diga-me uma permutação caótica desses 3.'

‘LETÍCIA: 3, 1 e 2.’

‘LUZIA: E tem outra permutação caótica? Quem poderia falar?’

‘LETÍCIA: 2, 3 e 1.’”

A aluna Letícia respondeu: “3, 1 e 2” e “2, 3 e 1”, além de dar um exemplo, dizendo: “Eu posso falar uma não caótica: 3, 2, e 1”. Como a aluna Letícia compreendeu, ela ajudou explicando para os demais participantes. Falou: “3, 2, 1 não é uma permutação caótica, porque, se vocês repararem, eu troquei o 3 e o 1 de posição, mas o 2 continua na mesma configuração, em segundo lugar. A gente usou **três** objetos e deram **duas** permutações caóticas. Se usássemos mais objetos, daria mais ainda”. Com essa fala, concluímos que ela compreendeu bem este conceito.

4.2.6 Oficina 6 – Noções de Combinações Simples

A sexta oficina teve a duração de sessenta minutos e foi realizada com a participação de seis alunos, aos quais atribuí um nome fictício; a saber: Letícia, Israel, Lucio, Vitoroso, Leandro e Isabel (17 anos).

Trabalhamos, nesta sexta oficina, noções dos conceitos de Combinação Simples.

Iniciamos a sexta oficina pedindo para que os alunos separassem **quatro** objetos de sua preferência. Sugerimos materiais de cozinha, brinquedos, material escolar, entre outros.

Começamos a dinâmica com a aluna Letícia, a qual nos descreveu seus objetos – uma reglete, um celular, um fone e um lápis. Pedimos a ela para que escolhesse **três** dos objetos e anotasse, para que os outros alunos tentassem descobrir quais foram.

O aluno Vitoroso foi o primeiro que tentou descobrir, fazendo **duas** tentativas. A primeira foi reglete, celular e fone. A segunda, reglete, lápis e celular. Já Israel escolheu reglete, fone e lápis; Leandro, celular, fone e lápis. A Isabel fez a mesma escolha que o Israel e o Lucio, assim como o Leandro.

Feito isso, perguntamos se existiam mais possibilidades além das descritas por eles. Letícia questionou: “Também pode ser reglete, lápis e celular? É só uma ordem diferente". Retrucamos da seguinte maneira: “Mas, para escolher **três** objetos, vocês acham que importa a ordem?”. Letícia respondeu: “Não”. Com isso, eles deduziram que só existem **quatro** maneiras de escolher **três** objetos em **quatro** objetos dados.

Para concluir essa primeira parte, perguntamos a Letícia quem acertou os três objetos escolhidos por ela. Respondeu que foi o Vitoroso.

Nesse momento, o aluno Leandro disse que percebeu uma extensão para este caso. Acreditava que, com **seis** elementos distintos, dariam **seis** possibilidades para escolher **três**. Então sugerimos que ele e a turma representassem as possíveis formas de escolha para este caso, considerando os objetos usados numa oficina dada anteriormente: duas camisas, dois calçados e duas bermudas (todos os objetos diferentes entre si). Abaixo, está uma parte da conversa que descreve como foi a abordagem.

"'LUZIA: Na aula passada, o assunto foi permutação. Já na oficina de hoje, é quando a ordem não importa. Letícia escolheu **três** em **quatro**. Leandro disse que, escolhendo **três** objetos de **seis**, as possibilidades seriam **seis.** E aí? Vocês acham que seriam **seis** mesmo? Mais ou menos? Então vamos relembrar novamente. Vocês tinham **duas** bermudas distintas, **duas** camisas distintas e **dois** sapatos distintos. Todas as **seis** peças são distintas e a gente quer que vocês escolham **três** peças dessas **seis**. Então Leandro vai escolher **três** peças e vai guardar esse resultado para gente, tá Leandro?'

LEANDRO: "Já escolhi."

LUZIA: "Então vamos lá. Leandro escolheu **três** dos **seis** objetos que ele tinha, sendo que esses objetos são: **duas** calças distintas, **duas** camisas distintas e **dois** sapatos distintos."

LEANDRO: "Posso descrever os **seis** objetos?"

LUZIA: "Boa. Pode falar que eu vou anotar."

LEANDRO: "Eu separei um chinelo e um tênis preto; uma bermuda azul escura e uma colorida; uma blusa azul clara e uma laranja."

LUZIA: "Ok. Letícia vai ser a primeira a tentar adivinhar então."

LETÍCIA: "Eu acho que ele escolheu a bermuda azul escura, a blusa azul e o tênis preto."

LUZIA: "Agora o Vitoroso."

VITOROSO: "Chinelo, tênis e camisa laranja."

LUZIA: "Agora vamos para o Lucio."

LUCIO: "Bermuda colorida, blusa azul e chinelo."

LUZIA: "E aí? Alguém tem mais alguma opção?"

LETÍCIA:" Eu tenho mais uma: bermuda colorida, blusa laranja e chinelo."

LUZIA: “Vou falar uma opção: bermuda azul, bermuda colorida e a última eu quero que vocês escolham.”

VITOROSO: “Tênis preto.”

LETÍCIA: “Bermuda azul, bermuda colorida e chinelo.”

LUZIA: “Nós já temos 5 possibilidades. Será que tem mais uma? Bermuda azul e bermuda colorida já foram com tênis e chinelo. Então com sapato não tem mais como eu escolher três peças. Dessa forma, bermuda colorida e bermuda azul a gente pode combinar com as blusas. Vou colocar mais uma peça minha: bermuda colorida e bermuda azul, com qual blusa? Falem-me aí.”

VITOROSO: “Camisa laranja.”

LUZIA: “Ótimo. Qual é a outra camisa que tem?”

VITOROSO: “Camisa azul.”

LUZIA: “Então eu vou colocar camisa laranja, bermuda azul e bermuda colorida. A gente vai parar aqui, porque a gente já tem mais de seis possibilidades e só precisávamos dizer se eram **seis**, menos de **seis** ou mais de **seis** para responder o Leandro. Mas quantas opções seriam? Podemos deixar esse desafio. Nós listamos **sete**. Será que tem mais? Leandro, alguém acertou?”

LEANDRO: “Por mais que tenham falado muitas opções, ninguém acertou.”

LUZIA: “Isso é bem importante. Qual o motivo de ninguém ter acertado?”

LEANDRO: “Porque tem mais de **sete** opções.”

LUZIA: “É muito importante essa observação.’”

LEANDRO: “Posso falar a opção que eu escolhi?”

LUZIA: “Pode.”

LEANDRO: “Eu escolhi chinelo, bermuda azul e camisa laranja.”

LUZIA: “Tá bom.”

LEANDRO: “Tem muitas opções, não é?.”

Então eles deduziram que a extensão de Leandro estava errônea e que, para **seis** objetos distintos, havia mais que **seis** possibilidades para escolher **três** deles.

Outra questão que apareceu neste exemplo de escolher **três** objetos entre os **seis** objetos dados foi a resposta 3x2, dada por Lucio, que interpretou inadequadamente o **três** como sendo os objetos “camisas”, “calçados” e “bermudas”, e o 2 como sendo a quantidade de cada um desses objetos. Ou seja, ele usou o Princípio Multiplicativo de forma equivocada. Ele explicou o seu raciocínio:

LUCIO: “Quais são as possibilidades que nós temos de escolher três objetos, visto que temos quatro? A gente viu na aula anterior duas camisas, duas bermudas e dois calçados. Multiplicando tudo, 3 x 2 é igual a 6, então o que ela quer dizer é basicamente isso.”

LUZIA: “O que é esse 3 x 2 que você está fazendo?”

LUCIO: “Eu quero dizer que, pegando esses resultados, eu posso fazer essa conta. Vou relembrar aqui duas bermudas, duas camisas e dois calçados. Então o número 2 está incluído por 3 vezes. É assim que eu consigo enxergar.”

Dessa forma, a ideia de Combinação Simples foi contemplada tendo em vista a resposta dada por cada aluno.

4.2.7 Oficina 7 – Permutação Simples e Caóticas

A sétima oficina teve a duração de cinquenta e cinco minutos e foi realizada com a participação de seis alunos, aos quais atribuí um nome fictício; a saber: Letícia, Israel, Lucio, Vitoroso, Leandro e Isabel.

Nesta oficina, foram trabalhados mais exemplos de Permutação Simples e Permutação Caótica.

Para iniciarmos, pedimos para que a aluna Letícia relembrasse aos colegas os **três** dos **quatro** objetos (lápis, fone, reglete e celular) que ela tinha separado, os quais foram: reglete, celular e lápis.

Adiante, afirmamos que o reglete é o primeiro, o celular é o segundo e o lápis é o terceiro da ordem. Perguntamos a eles de quantas formas poderíamos ordenar esses três objetos e, então, eles descreveram um total de **seis** maneiras. No entanto, alguns alunos repetiram a ordenação de algum outro aluno. Questionamos, portanto, como poderíamos verificar se havia mais ordenações além das já descritas por eles. O aluno Vitoroso respondeu: “Reglete, celular e lápis já foram falados duas vezes em primeiro lugar. Então, colocando reglete em primeiro, fica: reglete, celular e lápis; reglete, lápis e celular. Se puséssemos celular em primeiro: celular, lápis e reglete e celular, reglete e lápis. Sendo o lápis em primeiro: lápis, celular e reglete e lápis, reglete e celular”. Esse raciocínio comprova que não há mais possibilidades de ordenações e serviu como um método para auxiliar na organização do pensamento desse aluno, além de ajudar na estruturação do entendimento dos demais.

Aproveitando a dinâmica, relembramos que, quando fazemos trocas dos mesmos objetos para ocupar posições diferentes, estamos trabalhando com permutações. Além disso, também citamos que poderíamos usar a ideia do Princípio Multiplicativo para afirmar que só teríamos **seis** possibilidades na situação problema acima. Para exemplificar, usamos a ideia de que cada objeto deve ocupar uma posição, ou seja: um em primeiro, um em segundo e outro em terceiro lugar. Perguntamos quantas possibilidades haveria para ocupar a primeira posição. Letícia e Leandro responderam que seriam **três**. Quando perguntados, então, quantas possibilidades haveria para ocupar a segunda posição, Leandro respondeu **três**. Por conta de sua resposta, questionamos se poderíamos repetir o mesmo objeto na primeira e na segunda posição. **Leticia** afirmou: “Não. Para escolher a reglete em segundo, eu vou ter que tirá-la do primeiro lugar”. Depois dessa resposta, Leandro conseguiu compreender a ideia de que só sobrariam dois objetos para a segunda opção.

Em seguida, perguntamos quantos objetos poderiam ocupar a terceira posição e Letícia respondeu que seria **um**. Leandro respondeu: “Na primeira e na segunda, há mais variedades para escolher. Na terceira, vai a que sobrar”. Foi percebido que ambos os alunos compreenderam. Assim, concluímos com eles que, pelo Princípio Fundamental da Contagem, temos 3x2x1, que totalizam **seis** possibilidades de ordenar os objetos.

Finalizando a sétima oficina, utilizamos os **três** objetos escolhidos por Letícia para lembrar e aplicar o conceito de Permutação Caótica. Lembramos que a ordem originalmente escolhida por ela foi: reglete em primeiro lugar, celular em segundo lugar e lápis em terceiro lugar. Pedimos, então, que nos falasse uma permutação caótica desses **três** objetos. Ela respondeu: “Podem ser lápis, reglete e celular”. Em seguida, foi perguntado o porquê isso seria uma permutação caótica, e ela disse: “Porque eu tirei tudo do lugar”. Essa resposta nos mostrou que o conhecimento foi alcançado.

Finalmente, perguntamos aos outros alunos se eles haviam entendido, entretanto alguns ainda estavam com dúvidas. Os próprios alunos foram ajudando uns aos outros, até que conseguiram compreender a noção de Permutação Caótica. Eles responderam citando outros exemplos de Permutações Caóticas e Não Caóticas, justificando corretamente tal conceito, como pode ser observado no diálogo transcrito abaixo:

“LEANDRO: Entendi, todos têm que trocar de lugar. Pode ser: lápis, reglete e celular?”

LUZIA: “Perfeito. Essa é uma permutação caótica dos elementos, porque nenhum desses elementos está na ordem escolhida pela Letícia.”

‘LUCIO: “Minha bateria acabou e saí da reunião. Pode explicar para mim de novo?”

LEANDRO: “Posso explicar para ele?”

LUZIA: “Pode. Vai lá.”

LEANDRO: “A gente estava aprendendo sobre a permutação caótica. Os objetos no lugar eram: reglete, celular e lápis e a permutação caótica é quando nenhum dos três pode estar no mesmo lugar, por exemplo, uma permutação caótica seria: lápis, reglete e celular. Quando nenhum dos objetos está no mesmo lugar de antes.”

LUZIA: “Entendeu Lucio?”

LUCIO: “Agora eu entendi.”

LUZIA: “Me dá outro exemplo de permutação caótica.”

LUCIO: “O lápis em primeiro, o celular em segundo e a reglete em terceiro.”

LUZIA: “Vitoroso, você concorda ou discorda?”

VITOROSO: “Eu não entendi muito bem o que o Lucio falou.”

LUZIA: “A ordem natural da Letícia foi: reglete, celular e lápis. O Lucio falou que lápis, celular e reglete. Você concorda ou discorda?”

VITOROSO: “Discordo.”

LUZIA: “Fala porque você não concorda.”

VITOROSO: “Porque o celular está na posição original.”

LUZIA: “Perfeito. Viu Lucio? Você acertou que a reglete não está na ordem inicial. Só que o celular continuou em segundo. Ficou claro a explicação, Lucio?”

LUCIO: “Sim, eu estou entendendo agora.”

LUZIA: “Por que a que você escolheu não é permutação caótica?”

LUCIO: “Porque o celular manteve-se na forma original.”

LUZIA: “Isso aí. Como ficaria uma outra permutação caótica então?”

“LUCIO”: Celular, reglete e lápis. Ah não! O lápis está em terceiro. Eu esqueci a permutação que eu ia fazer.’

“LUZIA”: Reglete não pode estar em primeiro, celular não pode estar em segundo e lápis não pode estar em terceiro.’

“LUCIO”: Lápis, reglete e celular.’

“LUZIA”: Perfeito, essa é uma permutação caótica. Alguém pensou em quantas permutações caóticas existem?’

“LEANDRO”: Duas.’

“LETÍCIA”: Duas.’

De acordo com o diálogo descrito acima, percebemos que todos os participantes compreenderam o conceito de permutação simples e caótica.

4.2.8 Oficina 8 – Encerramento

A oitava oficina teve a duração de quarenta minutos e foi realizada com a participação de seis alunos, aos quais atribuí nomes fictícios. A saber: Letícia, Israel, Lucio, Vitoroso, Leandro e Isabel.

Nesta oficina, foi aplicado um questionário (Apêndice A) para os seis alunos através da ferramenta de formulários do Google (Google Forms), com o objetivo de obter informações e opiniões sobre as atividades realizados por eles, porém apenas 5 responderam.

Esta pesquisa utilizou a escala de Likert para observar o nível de discordância dos alunos durante as aulas no período de pandemia, na qual permaneceram em casa, com ensino remoto.

Abaixo segue o resultado do questionário:

(A) “As oficinas foram muito importantes para o meu aprendizado em combinatória.” – Todos os alunos responderam que concordam totalmente.

(B) “Você mudaria algumas das dinâmicas das oficinas para que tivesse aprendido melhor?” – Nenhum dos alunos responderam a essa pergunta.

(C) “Os objetos da minha casa, que eu escolhi para realizar as atividades das oficinas, foram muito importantes para a minha compreensão dos temas abordados.” – Todos os alunos responderam que concordam totalmente.

(D) “Qual foi a dificuldade encontrada na utilização dos objetos?” – Quatro alunos responderam que não tiveram nenhuma dificuldade; um aluno respondeu que, no início, encontrou certa dificuldade, porém, no decorrer das aulas, compreendeu o que estava sendo pedido.

(E) “Consegui compreender todos os problemas propostos durante as oficinas.” – Quatro alunos responderam que concordam totalmente; um aluno concordou parcialmente.

(F) “Qual dos problemas propostos durante as oficinas você não conseguiu compreender?” Os quatro alunos que concordaram totalmente no item (E) responderam que conseguiram compreender todos os temas propostos; o aluno que concordou parcialmente no item (E) relatou que, depois que era explicado novamente, ele conseguia compreender, porém não citou qual problema não foi entendido.

(G) “As estratégias utilizadas por mim durante as oficinas me ajudaram a solucionar os problemas propostos pelos professores?” – Todos concordaram totalmente.

(H) “Descreva as estratégias que você utilizou durante as oficinas.” – Respostas: “Combinando e vendo qual já foi”; “Objetos diferentes e cores diferentes”; “Consegui memorizar os objetos e a sequência de cada um”; “Arender”; “A multiplicação”.

(I) “Durante as dinâmicas, eu não precisei de ajuda dos meus familiares para fazer o que era pedido pelos professores durante as oficinas.” – Todos os alunos concordaram totalmente.

(J) “Em qual momento você sentiu a necessidade de ter alguém por perto para ajudar?” – Quatro alunos responderam não ter sentido nenhuma necessidade; um aluno relatou que precisou de ajuda para pegar os objetos, apenas.

(K) “Após a oficina, eu consigo entender melhor os problemas de análise combinatória.” – Todos os alunos responderam que concordaram totalmente.

(L) “Por que você acha que não conseguiria compreender e resolver um problema de análise combinatória?” – Seguem as respostas: “Eu achava que era complicado, mas quando a oficina começou, eu entendi que não era difícil”; “Consegui compreender e combinar”; “É difícil, mas com a prática vai melhorando”; “Eu iria me confundir”.

(M) “Deixe aqui suas sugestões.” – Seguem as respostas: “Falar um pouquinho mais resumido”; “Não tenho sugestões”; “Acho que quando a pandemia

> acabar, seria importante continuar porque pessoalmente seria mais rápido e fácil de compreender”; “A aula ser mais objetiva”.

Com o resultado do questionário foi visto que a maior parte dos alunos conseguiu atingir o conhecimento proposto em todas as oficinas, apesar das dificuldades encontradas no decorrer das atividades. Assim, com uma reformulação de algumas perguntas, foi possível fazer com que o entendimento sobre Análise Combinatória ficasse mais claro para os participantes.

Para finalizar a última oficina, tivemos a apresentação de uma banda formada pelos alunos. Cada um tocava um instrumento diferente do outro, além de também cantarem. Quando os alunos se apresentaram no primeiro encontro, eles contaram que tocavam instrumentos musicais e cantavam e, por conta disso, pedimos a eles que, ao término dos encontros, eles pudessem fazer uma apresentação. Eles ficaram ansiosos para que chegasse esse dia e demonstraram muita alegria por estarem mostrando uma de suas habilidades.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho teve como objetivo principal desenvolver e apresentar noções e conceitos sobre o ensino da análise combinatória e seus aspectos históricos através de uma nova técnica, com foco em alunos deficientes visuais (cegos e de baixa visão).

Diante dos dados, informações e análise das oficinas apresentadas ao longo desse trabalho, concluímos que a utilização de materiais concretos, a partir de um planejamento adequado e de estratégias bem definidas, proporciona aos alunos cegos ou de baixa visão mecanismos de ensino que contribuem para seu aprendizado.

Frente aos desafios e dificuldades de se ensinar e aprender Matemática, em particular para alunos cegos, o novo método de ensino proposto se mostrou acessível ao conhecimento. Os dados e informações obtidos indicam a possibilidade de o aluno com cegueira compreender conceitos matemáticos e resolver problemas através de situações-problema cotidianas, vividas por eles, por meio do uso de materiais concretos durante as atividades.

Alunos nessas condições não são desprovidos de capacidade cognitiva, e sim enfrentam dificuldades ocasionadas pelo próprio contexto escolar, já que esse, na maioria das vezes, não dispõe de instrumentos que permitam aos estudantes cegos se apropriarem do saber, como demonstrado no corpo deste trabalho. Portanto, a possibilidade de interagir, por exemplo, utilizando materiais que eles têm em suas próprias casas contribui para o ensino como aporte didático e como referencial no ensino da análise combinatória adaptada às diversidades vividas durante a quarentena.

No que diz respeito aos alunos participantes das oficinas, é importante destacar o fato de que, apesar de serem, ao todo, sete alunos, participavam em média cinco por oficina, semanalmente. Em todas as oficinas tivemos a participação tanto de alunos cegos como de alunos videntes (baixa visão). Dentre esses sete alunos, tínhamos cinco alunos cegos (Letícia, Vitoroso, Camila, Isabel e Lucio) e dois alunos baixa visão (Israel e Leandro). Portanto, ao serem analisadas todas as dinâmicas, é possível estabelecer um comparativo entre as respostas, participações e resultados desses alunos. Logo, nenhum deles teve vantagem em relação ao outro, mesmo tendo problemas de visão diferentes um dos outros. Nem mesmo nas atividades que envolveram anotações ou uso de materiais concretos essa questão foi notada. Por isso, podemos afirmar que a utilização de materiais concretos foi realmente crucial para o desenvolvimento do raciocínio combinatório e que, em nenhum momento o problema de visão foi o fator determinante para o aprendizado.

Outra questão importante a respeito das oficinas abordadas relaciona-se aos pontos em comum – ou dissociados – entre elas. Nas oficinas 1 e 4, foi abordado o conceito do Princípio Multiplicativo através de dinâmicas semelhantes, que consistiam em descrever as diferentes maneiras com que cada um poderia se arrumar tendo um número pré-determinado de peças de roupas. Na primeira oficina, não foi utilizada materiais concretos; já na segunda oficina, sim.

Durante a primeira oficina, pedimos que pensassem em duas bermudas de tamanhos diferentes e três camisas de cores diferentes, porém, como não demos muitos detalhes na hora de descrever as peças de roupas, todos os participantes tiveram dificuldade de descrever as possibilidades de se arrumar. Então, para facilitar a compreensão, chamamos as bermudas de tamanhos diferentes (uma foi chamada de bermuda e a outra de calça) e as camisas de cores distintas (uma amarela, uma vermelha e uma azul). Com esses detalhes, ficou mais fácil a descrição das possibilidades de se vestir.

O cenário ocorrido na quarta oficina já foi bem diferente, pois havíamos pedido que separassem peças de roupas de seus próprios armários antes de começar a atividade, então, quando perguntados quais seriam as possibilidades de vestirem, eles imediatamente descreviam as roupas separadas, sempre com uma riqueza de detalhes, e depois falavam as diferentes possibilidades de se arrumar. Além disso, eles participaram com mais entusiasmo.

Logo, a importância da utilização de material concreto se mostra fundamental quando comparamos essas duas oficinas, o que também pode ser percebido em algumas das falas dos próprios estudantes, como Vitoroso e Leandro, que disseram, respectivamente: “Imaginando eu esqueço. Então, eu preferi usar a mão.” e “Foi mais fácil para mim, porque eu estava tocando nas roupas, não era mais suposição”.

Sendo assim, pelos motivos apresentados a partir dos relatos, reflexões e análises realizadas no desenvolvimento desta pesquisa, podemos dizer que o avanço no ensino e, consequentemente, no aprendizado da análise combinatória para cegos, durante o isolamento social, permitiu a possibilidade de desenvolver atividades acadêmicas de forma remota e acessível.

Portanto, o novo método de ensino proposto se mostrou eficaz para o ensino de combinatória para deficientes visuais.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Niwlandes de Farias. In: **Uma reflexão quanto ao uso de fórmulas na Análise Combinatória.** Monografia de Especialização – Instituto Federal da Paraíba, Campus Cajazeiras, Paraíba, 2019.

BAUMEL, Roseli Cecília Rocha de Carvalho; CASTRO, Adriano Monteiro de. Materiais e recursos de ensino para deficientes visuais. In: **Educação especial: do querer ao fazer** [S.l: s.n.], 2003.

BERGE, C. **Principles of Combinatorics**. 1. ed. New York: Academic Press, 1971. 175p.

BIGGS, N. L. The roots of combinatorics. **Revista Historia Mathematica**, v.6, 1979, p. 109 – 136

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; ROCHA, Cristiane de Arimatéa; AZEVEDO, Juliana. **Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica.** BOLEMA, Rio Claro (SP), v. 29, n. 53, p. 1348-1368, dez 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Adaptações Curriculares.** Secretaria de Educação Fundamental. Secretaria de Educação Especial. Brasília: MEC/SEF/SEESP, 1998a.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **PCN+**. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação 2011.** SAEB: Ensino médio; matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. 127 p.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular.** Brasília, DF, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática (5ª a 8ª séries).** Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações.** v. 2. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas-SP: Editora: Unicamp, 2004.

ESQUINCALHA, A. C.; CARDIM, N. S. **Problemas cotidianos de natureza topológica.** In: IV Semana da Matemática da UFF, 2008, Niterói. Anais da IV Semana da Matemática da UFF (ISSN 1982-940X). Niterói: EdUFF, 2008. p. 1-27.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. **Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática.** UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, [s. l.], n. 10, p. 59-76, junho 2007.

FERREIRA, Dirlei Corrêa. **Grupo de simetria ao quadrado mágico: contribuição para aprendizagem dos alunos do 9º ano do ensino fundamental.** 2019. Trabalho de conclusão de curso de graduação (Ciências: Matemática e Física) - Universidade Federal do Amazonas, Coari-AM, 2019.

G1. **Professores adaptam aulas para o rádio para ajudar estudantes que não têm acesso à internet.** Disponível em: https://g1.globo.com/pe/ /noticia/2020/07/18/professores-adaptam-aulas-para-o-radio-para-ajudar-estudantes-que-nao-tem-acesso-a-internet.ghtml. Acesso em 12 fev. 2021.

GIL, M.: **Deficiência visual.** Brasília: MEC. Secretaria de Educação a Distância, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/deficienciavisual.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

HAZZAN, S. Fundamentos da matemática elementar 5: combinatória e probabilidade. *In*: IEZZI, G. **Fundamentos da matemática elementar**. São Paulo: Atual, 1977. 5 v.

INEP**. Relatório nacional PISA 2012: resultados brasileiros.** Brasília, 2014. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf. Acesso em 05 jul. 2021.

LAMBERT, S., et al. **Blindness and Brain Plasticity: Contribution of Mental Imagery?: An FMRI Study.** Cognitive Brain Research, vol. 20, nº 1, 2004, pp. 1–11.

LORENZATO, Sergio. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006, v. 1.

MORGADO, Adriana Santos; SANTOS, Regiane Silva; TAKINAGA, Sofia Seixas. Sugestões de alguns materiais para o ensino e aprendizagem para inclusão. In: MANRIQUE, Ana Lúcia; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque; MOREIRA, Geraldo Eustáquio (Org.). **Desafios da Educação Matemática Inclusiva: Práticas.** v. 2. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016, p. 85-98.

MORGADO, A. C. et al. **Análise combinatória e probabilidade**. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

NEEDHAM, J. **Science and Civilisation in China**. London: Cambridge University Press, 1959. 58p.

PAIVA, Manoel. **Matemática.** 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2009.

PASTOR, J. R. **Elementos de análisis algebraico.** 5ª ed. Madrid: Talleres Lusy, 1939, p.134-150.

PASSOS, C.L.B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.** In: LORENZATO, S. (org): O laboratório de ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, p. 77-91.

QUADRADOS MÁGICOS DE 3X3. Projeto ZK, 2013. Disponível em: < http://www.projetozk.com/mais_um/24_quadrado_magico.htm>. Acesso em: 09/11/2021.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. **Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de Matemática.** In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39-56.

RIBEIRO, E. C. **Material concreto para o ensino de trigonometria.** Monografia de Especialização – Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciência Exatas - ICEX, Belo Horizonte, 2011.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF,1998.

TAVARES, C. S.; BRITO, F. R. M. **Contando a história da contagem.** Revista do Professor de Matemática, nº 57, 2005, p. 33.

VAZQUEZ, C.M.R. **O Ensino de Análise Combinatória no Ensino Médio por Meio de Atividades em uma Escola Estadual do Interior Paulista.** São Carlos: UFSCar, 2011. 88f. Dissertação (mestrado), Universidade Federal de São Carlos, 2011.

VIGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas:** Fundamentos de defectología. Madrid: Visor, 1997.

WIELEITNER, H. **Historia de la Matemática**. 2. ed. Barcelona: Labor, 1932. 134p.

APÊNDICE A – Questionário do aluno

1) As oficinas foram muito importantes para o meu aprendizado em combinatória.

( ) Concordo Totalmente

( ) Concordo Parcialmente

( ) Neutro

( ) Discordo Parcialmente

( ) Discordo Totalmente

Você mudaria alguma das dinâmicas das oficinas para que tivesse aprendido melhor?

____

____

2) Os objetos da minha casa, que eu escolhi para realizar as atividades das oficinas, foram muito importantes para a minha compreensão dos temas abordados.

( ) Concordo Totalmente

( ) Concordo Parcialmente

( ) Neutro

( ) Discordo Parcialmente

( ) Discordo Totalmente

Qual foi a dificuldade encontrada na utilização dos objetos?

____

____

3) Consegui compreender todos os problemas propostos durante as oficinas.

( ) Concordo Totalmente

( ) Concordo Parcialmente

( ) Neutro

( ) Discordo Parcialmente

( ) Discordo Totalmente

Quais dos problemas propostos durantes as oficinas você não conseguiu compreender?

____

____

4) As estratégias utilizadas por mim durante as oficinas me ajudaram a solucionar os problemas propostos pelos professores.

( ) Concordo Totalmente

( ) Concordo Parcialmente

( ) Neutro

( ) Discordo Parcialmente

( ) Discordo Totalmente

Descreva as estratégias que você utilizou durante as oficinas

____

____

5) Durante as dinâmicas, eu não precisei de ajuda dos meus familiares para fazer o que era pedido pelos professores durante as oficinas.

( ) Concordo Totalmente

( ) Concordo Parcialmente

( ) Neutro

( ) Discordo Parcialmente

( ) Discordo Totalmente

Em qual momento você sentiu a necessidade de ter alguém por perto para ajudar?

____

____

6) Após as oficinas, eu consigo compreender melhor os problemas de análise combinatória.

( ) Concordo Totalmente

( ) Concordo Parcialmente

( ) Neutro

( ) Discordo Parcialmente

( ) Discordo Totalmente

Por que você acha que não conseguiria compreender e resolver um problema de combinatória?

____

____

7) Deixe aqui suas sugestões.

____

____

____

____.

APÊNDICE B – Parecer consubstanciado do CEP

UNIRIO - UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DA EMENDA

Título da Pesquisa: O ensino de Matemática para uma educação inclusiva - abordagens e soluções
Pesquisador: Raquel Tavares Scarpelli
Área Temática:
Versão: 3
CAAE: 54691116.5.0000.5285
Instituição Proponente: Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro - UNIRIO
Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.617.879

Apresentação do Projeto:
Tendo em vista o Projeto Político Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
(UNIRIO), bem como o capítulo IV da atual Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (lei 13.146, de 2015) , pretendemos desenvolver

pesquisas sobre metodologias de ensino de conteúdos matemáticos para alunos com necessidades especiais. Devido à pouca atenção que os
cursos de licenciatura costumam dar à educação especial em suas grades curriculares, professores apresentam dificuldades em lecionar certos
temas para esses alunos, os quais, muitas vezes, acabam ficando à margem do processo educacional. Além disso, objetivamos oferecer
(futuramente) uma capacitação de professores já formados, com inclusão de disciplinas voltadas à educação especial focadas no ensino de
Matemática. Deste modo, também ampliaremos a formação acadêmico-pedagógica de nossos licenciandos.Nosso projeto desenvolve-se em um
estudo de campo junto a instituições com larga experiência no assunto.

Objetivo da Pesquisa:
Objetivamos, inicialmente, estudar as metodologias utilizadas no ensino de Matemática para alunos com necessidades especiais e como os

assuntos são abordados em cada caso estudado (isto é, em cada necessidade específica).Por meio dessa pesquisa almejamos aprimorar a
formação teórica e pedagógica de nossos licenciados em Matemática da UNIRIO. Não há na grade curricular do curso nenhuma disciplina
obrigatória associada à educação especial, exceto LIBRAS. Entendemos que isso não seja suficiente para o professor trabalhar em uma educação inclusiva, dado que o ensino não abrange apenas a linguagem, mas também o uso de metodologias adequadas, bem
como o aprimoramento constante delas. Como qualquer outra área, a Educação envolve muito estudo, observação e dedicação para identificação
dos problemas, de modo não apenas a saná-los, mas também a buscarmos reformas adequadas, sejam de origem política, curricular ou
pedagógica. Cremos que já não se pode pensar em ensino de Matemática sem traçar laços profundos entre seus professores e o processo
educacional. Em outras palavras, o projeto visa não apenas a inserir a Matemática como parte da Educação, mas também inserir a Educação no
ensino de Matemática.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos:

Os entrevistados podem achar que determinadas perguntas os incomodam, porque as informações que coletamos envolvem suas experiências
pessoais. Assim, eles podem optar por não responderem quaisquer perguntas que os façam se sentir desconfortáveis.

Benefícios:

As entrevistas ajudarão profissionais da educação a observarem quais erros cometem no ensino de suas disciplinas. Desse modo, fazendo parte
deste estudo, os entrevistados fornecerão informações essenciais sobre como atuar em uma educação inclusiva, nas quais suas especificidades
sejam devida e cuidadosamente trabalhadas pelos professores.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Pesquisa relevante

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Termos corretos

Recomendações:

-

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Emenda com inserção de pesquisadores aprovada

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_1712845_E1.pdf	05/03/2021 18:11:26		Aceito
Outros	Termo_de_compromisso.pdf	05/03/2021 17:59:44	LUZIA DA COSTA TONON MARTARELLI	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_rosto.pdf	20/07/2016 15:43:24	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_PROFESSORES.doc	20/07/2016 15:35:24	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_alunos_INES.doc	20/07/2016 15:30:39	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	Assentimento_INES.docx	20/07/2016 15:17:38	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	Assentimento_IBC.docx	20/07/2016 15:15:35	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	AnuencialBC.pdf	23/03/2016 15:12:25	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	AnuencialNES.pdf	14/03/2016 17:40:01	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito

Endereço: Av. Pasteur, 296 subsolo da Escola de Nutrição
Bairro: Urca **CEP:** 22.290-240
UF: RJ **Município:** RIO DE JANEIRO
Telefone: (21)2542-7796 **E-mail:** cep@unirio.br

Declaração de Pesquisadores	DeclaracaoPesquisador.pdf	29/02/2016 14:59:52	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito
Cronograma	cronograma.odt	28/02/2016 19:50:42	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projeto.odt	28/02/2016 19:46:12	Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

RIO DE JANEIRO, 29 de Março de 2021

Assinado por:
Renata Flavia Abreu da Silva
(Coordenador(a))

APÊNDICE C – Carta de Prorrogação da Anuência do IBC

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO BENJAMIN CONSTANT
DEPARTAMENTO DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA E EXTENSÃO
DIVISÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE ESTUDOS E PESQUISAS

AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISAR - PRORROGAÇÃO

Comunicamos que a equipe coordenada por **RAQUEL TAVARES SCARPELLI DE ARAÚJO MOREIRA** está autorizada a continuar desenvolvendo a pesquisa **O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA UMA EDUCAÇÃO INCLUSIVA**, que está sendo realizada no **Departamento de Educação (DED)** do Instituto Benjamin Constant, no período de **12 de abril de 2021 a 12 de abril de 2022**, podendo haver nova prorrogação deste prazo mediante solicitação da pesquisadora.

Cabe a Thalita Nilander (thalitanilander@ibc.gov.br / 3478-4493), indicada pelo Departamento como responsável por receber e acompanhar a pesquisadora, agendar os dias e horários possíveis para realização da pesquisa. A pesquisadora tem ciência de que, devido à pandemia de COVID-19, as atividades presenciais no Instituto estão suspensas, sem previsão de retorno, e o desenvolvimento da pesquisa foi autorizado apenas de maneira remota.

Rio de Janeiro, 12 de abril de 2021.

Luiz Braga.

Luiz Paulo da Silva Braga
Centro de Estudos e Pesquisas do Instituto Benjamin Constant
Matrícula SIAPE 1814383

Instituto Benjamin Constant
Av. Pasteur, 350/368
Urca, Rio de Janeiro – RJ. CEP: 22290-240
Tel.: (21) 3478-4458 / email: cepeq@ibc.gov.br
www.ibc.gov.br

APÊNDICE D – Termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE)

O ensino de Matemática para uma educação inclusiva

OBJETIVO DO ESTUDO:

O objetivo deste projeto é acompanhar e desenvolver, junto ao INSTITUTO BENJAMIN CONSTANT (IBC), metodologias de ensino voltadas para temas específicos de Matemática em educação especial. Além disso, almejamos a criação de disciplinas que tratem desse assunto na grade curricular da Licenciatura em Matemática da Unirio, de modo a ampliar a formação dos licenciandos e permitir que, no futuro, professores já formados possam ter garantidas uma capacitação profissional mais inclusiva.

ALTERNATIVA PARA PARTICIPAÇÃO NO ESTUDO:

Você tem o direito de não participar deste estudo. Estamos coletando informações para tentar sanar problemas de ensino/aprendizagem e montar ementas de disciplinas voltadas à educação especial que pretendemos incluir futuramente na grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática da Unirio. Se você não quiser participar do estudo, isto não interferirá em sua vida estudantil.

PROCEDIMENTO DO ESTUDO:

Se você decidir integrar este estudo, você participará de entrevistas em grupo e/ou entrevistas individuais que durarão aproximadamente 1 hora, sempre com o roteiro das perguntas em braile ou sites adaptados.

GRAVAÇÃO EM ÁUDIO (APENAS PARA ALUNOS OUVINTES):

Todas as entrevistas serão gravadas em áudio. As fitas serão ouvidas por mim e pelos demais membros envolvidos na pesquisa e serão marcadas com um número de identificação durante a gravação e seu nome não será utilizado. O documento que contém a informação sobre a correspondência entre números e nomes permanecerá trancado em um arquivo. As fitas serão utilizadas somente para coleta de dados. Se você não quiser ser gravado em áudio, você não poderá participar deste estudo.

UTILIZAÇÃO DE IMAGENS (EM FOTOS OU VÍDEOS):

Durante nosso trabalho, poderemos filmar algumas participações de alunos ou professores em oficinas ou em aulas, desde que devidamente autorizadas pelos protagonistas do processo. Caso autorizem o uso de suas imagens para um público externo ao que compõe o grupo dessa pesquisa, estas serão para o uso exclusivo em eventos acadêmicos e os autores do processo não terão suas identidades reveladas. Os alunos que aceitarem ser filmados ou fotografados, desde que apenas para o grupo de pesquisa, não terão suas imagens expostas ao público externo. Seja qual for o caso, todas as imagens serão descartadas após sua utilização.

RISCOS:

Você pode achar que determinadas perguntas incomodam você porque as informações que coletamos envolvem suas experiências pessoais. Assim, você pode escolher não responder quaisquer perguntas que o façam sentir-se incomodado.

BENEFÍCIOS:

Sua entrevista ajudará profissionais da educação a observarem quais erros cometem no ensino de suas disciplinas. Desse modo, fazendo parte deste estudo você fornecerá informações essenciais sobre como atuar em uma educação inclusiva, nas quais suas especificidades sejam devidas e cuidadosamente trabalhadas pelos professores.

CONFIDENCIALIDADE:

Como foi dito acima, seu nome não aparecerá nas fitas de áudio, bem como em nenhum formulário a ser preenchido por nós. Nenhuma publicação partindo destas entrevistas revelará os nomes de quaisquer participantes da pesquisa. Sem seu consentimento escrito, os pesquisadores não divulgarão nenhum dado de pesquisa no qual você seja identificado.

DÚVIDAS E RECLAMAÇÕES:

Esta pesquisa está sendo realizada no Instituto Benjamin Constant (IBC) e no Instituto Nacional de Educação de Surdos (INES). Possui vínculo com a Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO através do Programa de Estágios, sendo a docente

Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira a pesquisadora principal e tendo como colaboradores a docente Luzia da Costa Tonon Martarelli e o discente Gustavo Campos Barcelos.

Os pesquisadores estão disponíveis para responder quaisquer dúvidas que você tenha. Caso seja necessário, contacte-nos pelo telefone (21)98404-1003 ou pelo e-mail raquel.scarpelli@uniriotec.br. Caso prefira, também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa, CEP-UNIRIO, pelo telefone (21)2542-7796 ou pelo e-mail cep.unirio09@gmail.com

Você terá uma via deste consentimento, em PDF, para guardar com você. Você fornecerá nome, endereço e telefone de contato apenas para que a equipe do estudo possa lhe contactar em caso de necessidade.

Endereço do Comitê de Ética em Pesquisa da UNIRIO para recurso ou reclamações do sujeito pesquisado: Av. Pasteur, 296 – Urca – Cep 22290-240 (prédio da Reitoria).

Tendo sido esclarecido todas as informações quanto ao estudo, manifesto meu livre consentimento em participar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por minha participação. Caso você concorde em participar deste estudo assinale a alternativa abaixo:

( ) Aceito participar

( ) Não aceito participar

APÊNDICE E – Termo de assentimento livre e esclarecido (TALE)

Título do Projeto: O ensino de Matemática para uma educação inclusiva

Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, com o objetivo de esclarecer aos pesquisadores quais os principais obstáculos e avanços percebidos por você durante o seu aprendizado e quais os principais fatores que interferem nele.

Sua participação na pesquisa é voluntária, em todas as etapas do processo. Portanto, não se sinta obrigado a colaborar parcial ou integralmente com ela caso não seja de sua vontade, cabendo observar que sua não participação não lhe causará absolutamente nenhum prejuízo.

Se você decidir integrar este estudo, você participará de entrevistas em grupo e/ou entrevistas individuais que durarão aproximadamente 1 hora, tendo em mãos o roteiro das perguntas em braile ou sites adaptados.

PESQUISA:

A pesquisa se fará por meio de observações das aulas de Matemática no IBC e por meio de entrevistas. Com os professores também podem ser feitas, ocasionalmente, algumas reuniões. Com base nas investigações realizadas, montaremos um diagnóstico do processo ensino/aprendizagem de Matemática no IBC, a fim de coletarmos informações que nos orientem acerca do ensino para alunos cegos ou de baixa visão.

OBJETIVOS DA PESQUISA:

Objetivamos trabalhar o tema da educação especial no ensino superior para oferecermos uma formação mais inclusiva para os nossos licenciandos, bem como para capacitarmos professores que já atuem no ensino regular. Em particular, para futuros professores que venham a atuar no IBC ou em qualquer outra escola regular de ensino.

RISCOS:

Você pode achar que determinadas perguntas incomodam você porque as informações que coletamos envolvem suas experiências pessoais. Assim, você pode escolher não responder quaisquer perguntas que o façam sentir-se incomodado.

BENEFÍCIOS:

Sua entrevista ajudará profissionais da educação a observarem quais erros cometem no ensino de suas disciplinas. Desse modo, fazendo parte deste estudo você fornecerá informações essenciais sobre como atuar em uma educação inclusiva, nas quais suas especificidades sejam devida e cuidadosamente trabalhadas pelos professores.

GRAVAÇÕES EM ÁUDIO (APENAS PARA ALUNOS OUVINTES):

Todas as entrevistas serão gravadas em áudio. As fitas serão ouvidas por mim e pelos demais membros envolvidos na pesquisa e serão marcadas com um número de identificação durante a gravação e seu nome não será utilizado nela. O documento que contém a informação sobre a correspondência entre números e nomes permanecerá trancado em um arquivo. As fitas serão utilizadas somente para coleta de dados. Se você não quiser ser gravado em áudio, você não poderá participar deste estudo.

UTILIZAÇÃO DE IMAGENS (EM FOTOS OU VÍDEOS):

Durante nosso trabalho, poderemos filmar algumas participações de alunos ou professores em oficinas ou em aulas, desde que devidamente autorizadas por eles. Caso autorizem o uso de suas imagens para um público externo ao que compõe o grupo dessa pesquisa, estas serão para o uso exclusivo em eventos acadêmicos e os autores do processo não terão suas identidades reveladas. Os alunos que aceitarem ser filmados ou fotografados, desde que apenas para o grupo de pesquisa, não terão suas imagens expostas ao público externo. Seja qual for o caso, todas as imagens serão descartadas após sua utilização.

CONFIDENCIABILIDADE:

Como foi dito acima, seu nome não aparecerá nas fitas de áudio, bem como em nenhum formulário a ser preenchido por nós. Nenhuma publicação partindo destas entrevistas revelará os nomes de quaisquer participantes da pesquisa. Sem seu consentimento escrito, os pesquisadores não divulgarão nenhum dado de pesquisa no qual você seja identificado.

CONTATO PARA DÚVIDAS OU ESCLARECIMENTOS:

Esta pesquisa está sendo realizada no Instituto Benjamin Constant (IBC), o qual possui vínculo com a Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO) através do Programa de Estágios, sendo a docente Raquel Tavares Scarpelli de Araujo Moreira a pesquisadora principal e tendo como colaboradores a docente Luzia da Costa Tonon Martarelli e o discente Gustavo Campos Barcelos. Os pesquisadores estão disponíveis para responder quaisquer dúvidas que você tenha.

Caso seja necessário, contacte-nos pelo telefone (21)98404-1003 ou pelo e-mail raquel.scarpelli@uniriotec.br. Caso prefira, também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa, CEP-UNIRIO, pelo telefone (21)2542-7796 ou pelo e-mail cep.unirio09@gmail.

Você terá uma via deste consentimento, em braile, para guardar com você. Você fornecerá nome, endereço e telefone de contato apenas para que a equipe do estudo possa lhe contactar em caso de necessidade.

DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO SUJEITO DA PESQUISA:

Eu li e discuti com o pesquisador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE ASSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste Documento DE ASSENTIMENTO INFORMADO.

Endereço do Comitê de Ética em Pesquisa da UNIRIO para recurso ou reclamações do sujeito pesquisado: Av. Pasteur, 296 – Urca – Cep 22290-240 (prédio da Reitoria)

Tendo sido esclarecido todas as informações quanto ao estudo, manifesto meu livre consentimento em participar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por minha participação. Caso você concorde em participar deste estudo assinale a alternativa abaixo:

(   ) Aceito participar

(   ) Não aceito participar