



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

FÁBIO SILVA DOS SANTOS

EXPLORANDO NOVAS POSSIBILIDADES NA APRENDIZAGEM DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA: UMA ATIVIDADE COM O DESMOS

RIO DE JANEIRO

2023



FÁBIO SILVA DOS SANTOS

EXPLORANDO NOVAS POSSIBILIDADES NA APRENDIZAGEM DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA: UMA ATIVIDADE COM O DESMOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Gladson Antunes

Rio de Janeiro

2023

Catálogo informatizado pelo(a) autor(a)

S237 Santos, Fábio Silva dos
Explorando novas possibilidades na aprendizagem
de Análise Combinatória: uma atividade com o Desmos
/ Fábio Silva dos Santos. -- Rio de Janeiro, 2023.
54 f

Orientador: Gladson Octaviano Antunes.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do
Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação
em Matemática, 2023.

1. Análise Combinatória. 2. Atividades para Sala
de Aula. 3. Plataforma Desmos. I. Antunes, Gladson
Octaviano, orient. II. Título.

FÁBIO SILVA DOS SANTOS

Explorando novas possibilidades na aprendizagem de Análise Combinatória: uma atividade com o Desmos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Aprovado em 20 de junho de 2023.

Banca Examinadora

Gladson Octaviano Antunes

Prof. Dr. Gladson Octaviano Antunes (Orientador)
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO

Montauban Moreira de Oliveira Júnior

Prof. Dr. Montauban Moreira de Oliveira Júnior
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro – UFRRJ

Michel Cambrinha de Paula

Prof. Dr. Michel Cambrinha de Paula
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro - UNIRIO



Dedico este trabalho à minha mãe
Elza Maria da Silva (In Memoriam),
que sempre me apoiou e me
incentivou.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me guiar durante essa trajetória e por cada dia de minha vida.

A minha mãe pelo amor, carinho, atenção e por nunca ter duvidado, nem sequer por um segundo, da minha capacidade. Foram quase 10 anos desde o início do mestrado até este momento; infelizmente a senhora não está presente para testemunhar mais esta realização, mas tenho certeza de que a senhora está tão feliz quanto eu neste momento. Obrigado por tudo.

Agradeço a minha esposa por todo amor, carinho e dedicação, por cada palavra de conforto nos momentos difíceis e por cada incentivo quando eu me encontrava desanimado.

Agradeço também aos meus colegas de turma pela colaboração e parceria, em especial ao meu amigo Tiago Alves, pelos momentos de estudo e descontração.

Agradeço aos professores do PROFMAT pelo empenho e dedicação durante todo o curso. Vocês, além de excelentes professores, são pessoas maravilhosas.

Agradeço ao meu orientador Gladson Octaviano Antunes por essa parceria que começou em 2016. Muito obrigado por acreditar em mim; sem seu apoio nada disso seria possível e espero retomar essa parceria futuramente em outros projetos.

SANTOS, Fábio Silva dos. **Explorando novas possibilidades na aprendizagem de Análise Combinatória**: uma atividade com o Desmos. 2023. 54 f. Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de atividade desenvolvida na plataforma Desmos com o objetivo de aprimorar a compreensão dos estudantes em Análise Combinatória, utilizando representações simbólicas diversificadas. A atividade foi aplicada a um grupo de 60 estudantes do terceiro ano do ensino médio em uma escola pública em Nova Iguaçu, Rio de Janeiro. O trabalho inclui uma descrição detalhada da aplicação da atividade e uma análise das estratégias utilizadas pelos alunos para resolver os problemas apresentados. Ao utilizar a plataforma Desmos, a atividade permitiu a exploração de diferentes formas de representação simbólica e promoveu um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo para os alunos. Os resultados da análise indicam que a atividade proposta pode ser uma ferramenta eficaz para o ensino de Análise Combinatória e proporciona uma abordagem inovadora para aprimorar a compreensão dos estudantes nessa área.

Palavras-chave: Análise Combinatória; Atividades para Sala de Aula; Plataforma Desmos.

SANTOS, Fábio Silva dos. **Explorando novas possibilidades na aprendizagem de Análise Combinatória**: uma atividade com o Desmos. 2023. 54 f. Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

ABSTRACT

This work presents a proposed activity developed on the Desmos platform with the aim of enhancing students' understanding of Combinatorics through the use of diverse symbolic representations. The activity was applied to a group of 60 third-year high school students in a public school in Nova Iguaçu, Rio de Janeiro. The work includes a detailed description of the activity's implementation and an analysis of the strategies used by students to solve the presented problems. By utilizing the Desmos platform, the activity allowed for the exploration of different forms of symbolic representation and promoted a dynamic and interactive learning environment for the students. The results of the analysis indicate that the proposed activity can be an effective tool for teaching Combinatorics and provides an innovative approach to enhance students' understanding in this area.

Keywords: Combinatorial Mathematics, Classroom Activities, Desmos Platform

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: QR code de acesso a atividade.....	23
Figura 2: Sentimento do estudante antes da atividade	24
Figura 3: Apresentação da atividade	24
Figura 4: Primeira questão da atividade.....	25
Figura 5: Princípio Fundamental da Contagem	26
Figura 6: Arranjo vs Combinações	26
Figura 7: Segunda questão da atividade.....	26
Figura 8: Solução de uma das questões da atividade	27
Figura 9: Classificação Arranjos vs Combinações.....	28
Figura 10: Tela inicial do estudante	29
Figura 11: Tela de acesso à atividade.....	30
Figura 12: Sentimento antes da atividade	31
Figura 13: Questão 1	31
Figura 14: Algumas respostas da questão 1	32
Figura 15: Questão 2	33
Figura 16: Algumas respostas da questão 2	33
Figura 17: Questão 3	34
Figura 18: Algumas respostas da questão 3	35
Figura 19: Questão 4	36
Figura 20: Algumas respostas da questão 4	37
Figura 21: Questão 5	38
Figura 22: Algumas respostas da questão 5	38
Figura 23: Classificar em arranjo ou combinação (uma solução).....	46
Figura 24: Classificar em arranjo ou combinação (uma solução).....	47

Figura 25: Fichas incorretas mais comuns	48
Figura 26: Respostas dos estudantes sobre dúvidas da atividade.....	49
Figura 27: Algumas respostas sobre como estavam se sentindo após a atividade.....	50
Figura 28: Alguns relatos sobre como estavam se sentindo após a atividade.....	51

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Respostas da questão 1	40
Gráfico 2: Respostas da questão 2	40
Gráfico 3: Respostas da questão 3	41
Gráfico 4: Respostas da questão 4	41
Gráfico 5: Respostas da questão 5	42
Gráfico 6: Respostas da questão 1 após as telas de explicação	43
Gráfico 7: Respostas da questão 2 após as telas de explicação	43
Gráfico 8: Respostas da questão 3 após as telas de explicação	44
Gráfico 9: Respostas da questão 4 após as telas de explicação	45
Gráfico 10: Respostas da questão 5 após as telas de explicação	45
Gráfico 11: Opinião dos estudantes sobre a atividade.....	49

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

IFSP – Instituto Federal de São Paulo

IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada

LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

SED - Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso do Sul

SEEDUC - Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro

UFMS – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 DESAFIOS NO ENSINO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: UMA REVISÃO TEÓRICA	15
3 METODOLOGIA: DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	18
4 EDUCAÇÃO INTEGRAL NAS ESCOLAS ESTADUAIS DO RJ: ENSINO MÉDIO	20
5 ATIVIDADE NA PLATAFORMA DESMOS	22
5.1 Objetivos da Atividade.....	22
5.2 A Plataforma DESMOS	22
5.3 Apresentando a atividade	23
5.4 Relato da aplicação da atividade	28
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
7 REFERÊNCIAS	53

1 INTRODUÇÃO

A matemática é uma disciplina que fascina muitas pessoas com sua beleza e sutileza. As figuras geométricas encontradas na natureza, por exemplo, são formas explícitas dessa beleza e sutileza. Por outro lado, as equações são formas implícitas desses predicativos. Para alguns, cada exercício é um desafio e fonte de inspiração, mas, infelizmente, existem aqueles que sentem aversão pela matemática e a encaram como uma atividade monótona e desinteressante, sem maiores motivações além de seguir o currículo escolar.

Ao longo de mais de treze anos como professor na rede pública estadual de ensino do Rio de Janeiro vivencio essa mistura de sentimentos praticamente todos os dias. Nos primeiros dias de aula, ao me apresentar como professor de matemática, a reação dos alunos é frequentemente dividida entre entusiasmo e desânimo. No entanto, ao longo do tempo, costumo conseguir mostrar aos meus alunos que é possível desenvolver interesse pela matemática, mesmo que não se torne uma paixão.

A escola onde leciono matemática fica localizada em Nova Iguaçu e trata-se de uma escola bilíngue integral que possui um dos maiores IDEBs do Rio de Janeiro. Os estudantes estudam 10 horas por dia durante a semana e têm como foco principal a Língua Inglesa. Além de todas as disciplinas das escolas regulares, também existem matemática, geografia e biologia em inglês.

Os estudantes entram somente no primeiro ano do ensino médio e fazem uma prova de certificação de inglês ao final do terceiro ano. Nas primeiras semanas são feitas avaliações escritas para identificar possíveis dificuldades por parte dos estudantes. A escola possui uma grande percentagem de aprovações em vestibulares de universidades públicas e privadas.

Embora os estudantes consigam obter boas notas nos exames de acesso à universidade e aprendam bastante sobre os conteúdos, nós, como professores, sempre buscamos mais para eles e procuramos melhorar nossa prática pedagógica continuamente. Por isso, escolhi o tema Análise Combinatória para meu trabalho de conclusão de curso no PROFMAT. Gosto muito deste assunto, que tem muitas aplicações, mas infelizmente é um dos tópicos mais difíceis para os meus alunos compreenderem.

Em minhas conversas frequentes com meus alunos sobre jogos eletrônicos e tecnologia - tópicos de grande interesse para mim - percebi que eu não estava aproveitando ao máximo esses recursos para nos aproximar ainda mais. Conversando com meu orientador sobre o desenvolvimento deste trabalho, ele sugeriu que eu usasse a Plataforma DESMOS para a

realização das atividades com meus alunos. Além disso, durante a disciplina Números Reais e Funções, a professora Aline Bernardes Caetano utilizou esta Plataforma em diversas aulas, o que ajudou muito na compreensão dos conteúdos. As atividades eram eficientes e a Plataforma permitiu que a professora visse as respostas dos estudantes em tempo real, e oferecesse dicas individualmente ou coletivamente. O construtor de atividades do DESMOS é intuitivo e permite usar recursos como áudios, vídeos e imagens. Tais recursos digitais estão previstos nos objetivos gerais dos Parâmetros Curriculares Nacionais, mais precisamente em “saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos” (PCNs, 1997, p. 56). Corroborando, temos a quinta competência geral da educação básica que diz:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BNCC, 2018, p. 7)

A BNCC deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio, em todo Brasil SED (2022).

Ainda segundo a BNCC, precisa-se:

Contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas. (BNCC, 2018, p. 16)

Na BNCC de matemática do Ensino Fundamental, as habilidades estão organizadas segundo unidades de conhecimento da própria área: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

A unidade de conhecimento de Probabilidade e Estatística inclui o importante conteúdo Análise Combinatória, que tem aplicações em diversas áreas. No entanto, o ensino deste assunto pode ser desafiante tanto para os estudantes quanto para os professores. Resolver problemas combinatórios exige criatividade e compreensão profunda da situação apresentada, tornando esta parte da matemática fascinante e desafiadora ao mesmo tempo.

O objetivo geral deste Trabalho de Conclusão de Curso é aprimorar a compreensão dos estudantes em Análise Combinatória através do uso de representações simbólicas diversificadas e recursos tecnológicos. Entre os objetivos específicos estão: elaborar uma série de atividades matemáticas relacionadas à Análise Combinatória que utilizem representações simbólicas

variadas e recursos digitais oferecidos pelas Plataformas Desmos e Wordwall; identificar aspectos que demonstrem o desenvolvimento conceitual da Análise Combinatória como fator de fortalecimento no processo de contagem; avaliar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de Análise Combinatória baseados no Princípio Multiplicativo.

2 DESAFIOS NO ENSINO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: UMA REVISÃO TEÓRICA

Ao longo de quase 14 anos como professor, pude notar que a falta de relação dos conteúdos, com a realidade dos estudantes tem sido um problema recorrente na abordagem dos temas de Probabilidade e Estatística. É importante que sejam utilizadas metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas e ajustadas às necessidades dos diferentes grupos, considerando suas famílias, culturas de origem, comunidades e grupos de socialização.

Além disso, é preciso repensar a forma tradicional de ensinar, a fim de tornar o assunto mais atrativo e significativo para os estudantes. É necessário oferecer uma abordagem mais inclusiva e conectada com a realidade atual, ao invés de seguir uma metodologia ultrapassada e desconectada das demandas do mundo atual.

É importante revisar e atualizar as metodologias dos cursos de licenciatura, mas também é fundamental que os educadores cumpram suas responsabilidades e garantam o sucesso do processo de aprendizagem dos alunos LDB (2017).

A Análise Combinatória é uma área da matemática que estuda técnicas de contagem de agrupamentos de elementos que satisfazem determinadas condições. Conforme trazido por Borba (2015), embora pareça simples à primeira vista, esta é uma disciplina muito profunda, que requer a consideração de todas as possíveis combinações de elementos para chegar à solução de um problema.

Segundo Morgado et al. (2006), em análise combinatória geralmente os problemas mais abordados são os de contagem de subconjuntos de um conjunto finito que atendam determinadas condições. Esses problemas se enquadram como estruturas e relações discretas. Ficando de fora vários tipos de problemas combinatórios que aparecem com muita frequência. De acordo com Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996), existem cinco tipos de problemas distintos combinatórios:

1º) **Existência:** é quando se observa a possibilidade de uma solução, pois nem sempre os problemas têm soluções que satisfaçam determinada condição;

- 2) **Enumeração:** são todas as soluções que são listadas que satisfazem as condições propostas;
- 3) **Contagem:** são todas as soluções que satisfazem as condições propostas, mas não precisam ser listadas em sua totalidade;
- 4) **Classificação:** é a sistematização dos casos segundo critérios apropriados;
- 5) **Otimização:** é a busca da melhor condição para se resolver determinado problema.

Os problemas mais trabalhados são os de enumeração e contagem que mesmo assim são explorados geralmente de maneira superficial, onde muitas vezes são propostos problemas específicos, com características e respostas específicas. Uma resposta que, por exemplo, não encontre o valor correto não pode simplesmente ser tratada como errada, pois a linha de raciocínio do estudante é muito importante.

Esse raciocínio do estudante tem que ser valorizado, pois existem noções intuitivas que se desenvolvem independentes de instrução escolar, mas há outros aspectos que precisam de ensino específico para o seu desenvolvimento Borba (2018). Um dos papéis do professor é valorizar os conhecimentos já existentes do estudante e sua maneira de raciocinar, e auxiliar no processo de utilização de novos métodos para ampliar sua linha de raciocínio.

De acordo com a BNCC é preciso:

Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. (BNCC, 2018, p. 9)

O aprendizado do estudante é conduzido através de sua própria experimentação e imersão nas dimensões intelectual, sensorial e emocional do conhecimento Oliveira (2006), desafiando a abordagem tradicionalmente adotada nas escolas, na qual o aluno é apenas um receptor passivo de conteúdo Silva (2021). Este enfoque valoriza a participação ativa do aluno no processo de aprendizagem

Ainda segundo a BNCC:

No Brasil, um país caracterizado pela autonomia dos entes federados, acentuada diversidade cultural e profundas desigualdades sociais, os sistemas e redes de ensino devem construir currículos, e as escolas precisam elaborar propostas pedagógicas que considerem as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes, assim como suas identidades linguísticas, étnicas e culturais. (BNCC, 2018, p. 15)

Ademais, o papel que a matemática desempenha na formação básica do cidadão brasileiro

norteia os Parâmetros Curriculares Nacionais. Quando se fala em formação básica para a cidadania significa falar da inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, no âmbito da sociedade brasileira PCN (1997).

Segundo Duval (2012) as transformações de representações em outras representações semióticas estão no coração da atividade matemática. As dificuldades dos estudantes para compreender matemática surgem por conta da diversidade e complexidade dessas transformações.

Conforme Duval (2012, p. 1):

Para estudar esta complexidade, as representações semióticas devem ser analisadas, não a partir dos objetos ou dos conceitos matemáticos que representam, mas a partir do funcionamento representacional que é próprio do registro no qual são produzidas.

Isto está em concordância com Borba (2018), que afirma que um dos maiores desafios da Educação Matemática é o de desenvolver nos estudantes da Educação Básica modos de raciocínio e alguns desses raciocínios são o aritmético, geométrico, algébrico e o combinatório. Assim, deseja-se mais do que apenas a aprendizagem de conteúdos matemáticos específicos, mas também que os estudantes desenvolvam formas de pensamento que lhes sejam úteis para sua compreensão de mundo e para suas atuações na sociedade.

Nesse sentido, Borba (2018) defende que, como um primeiro desafio, temos o da abordagem da combinatória desde o início da escolarização. Não obstante, a análise combinatória ser formalmente trabalhada no Ensino Médio, se existe um desejo de desenvolver amplamente o raciocínio combinatório de estudantes, acredita-se que é preciso iniciar bem mais cedo o pensar e tratar de situações combinatórias, enfatiza Borba.

Em conformidade com Borba (2018), obviamente não se deseja ensinar fórmulas às crianças, mas trabalhar situações combinatórias adequadas às idades-ano escolar. Nesse sentido:

Pessoa e Borba (2012) propuseram variadas situações combinatórias para crianças da Educação Infantil e embora poucas das crianças levantaram todas as possibilidades de algumas das situações apresentadas, elas mostraram algumas compreensões em relação ao que estava sendo questionado. Por exemplo, ao serem solicitadas a escolherem três dentre quatro animais (cachorro, gato, papagaio e tartaruga), as crianças corretamente selecionavam apenas três animais, o que era evidência de que entendiam a relação de escolha dessa situação combinatória – uma combinação de quatro elementos, três a três. (BORBA, 2018, p. 3)

É importante mensurar o grau de dificuldade das questões, pois existem problemas complexos para diferentes idades-anos escolares. É importante fazer isso tendo cuidado para

não desmotivar o aluno por causa de um problema não compatível com sua idade-ano escolar.

Em qualquer área de conhecimento existem problemas muito difíceis de resolver e em combinatória não seria diferente:

No estudo da Combinatória, Estatística e Probabilidade, há conceitos complexos que se baseiam em formas elaboradas de pensamento analítico e hipotético-dedutivo. Essas áreas de estudo são, dessa forma, elementos centrais ao letramento matemático, envolvendo habilidades tais como: combinar elementos e levantar possibilidades; coletar, analisar e interpretar informações, bem como relacionar dados e comunicar conclusões e outras pessoas; e, também, tomar decisões diante de certezas e incertezas. (BORBA, 2018, p. 2)

3 METODOLOGIA: DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As atividades desenvolvidas visam atender a habilidade EM13MAT310 da BNCC e têm como objetivo desenvolver a capacidade dos estudantes de resolver e elaborar problemas de contagem utilizando os princípios multiplicativo e aditivo, aplicando diferentes estratégias, como o uso de diagramas de árvores. Além disso, a incorporação de situações cotidianas - como a escolha de uma senha para o smartphone ou a quantidade de caminhos para chegar a um determinado local, que tornam o aprendizado mais significativo e envolvente para os estudantes - será perseguida.

Uma importante fonte de inspiração para as atividades aqui apresentadas foi o material desenvolvido para o Projeto Livro Aberto de Matemática.¹ Tal Projeto, conforme descrito por Simas e Rangel (2019), é uma iniciativa patrocinada pela OBMEP/IMPA que busca produzir materiais didáticos de Matemática de alta qualidade com licença aberta (Creative Commons BY-SA). O projeto é realizado por meio de uma colaboração entre professores de Matemática e Estatística do ensino superior e professores de Educação Básica. Os materiais produzidos apresentam características inovadoras, tais como: (i) uma proposta pedagógica ancorada em pesquisas científicas em Ensino de Matemática, (ii) conexão com os saberes advindos da prática da Educação Básica, (iii) contribuição para a formação e desenvolvimento profissional de professores, e (iv) incorporação de tecnologias para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Além disso, o Projeto Livro Aberto de Matemática tem como objetivo enfrentar um dos desafios mais conhecidos do ensino de Matemática: estabelecer uma ligação mais estreita entre a realidade, as demandas da prática docente e a formação acadêmica dos professores.

¹ <https://umlivroaberto.org/>

O material de Análise Combinatória desenvolvido por Elen Viviani Pereira Spreafico (UFMS) e Kenia Cristina Pereira Silva (IFSP) aponta como principais distratores (erros mais comuns) cometidos durante o processo de aprendizagem deste conteúdo os seguintes tópicos:

- a) **Listagem não sistemática:** os alunos realizam a listagem sem nenhum tipo de organização. Dessa maneira, na listagem de possibilidades pode ficar faltando elementos, ou com elementos em excesso;
- b) **Ordem dos elementos:** os alunos não percebem a característica do problema com relação à ordem dos elementos, considerando a ordem relevante em problemas que não é, e desconsiderando-a quando é necessário levar em conta. Um dos erros que pode surgir é a classificação de um problema de combinação como um problema de arranjo, e vice-versa.
- c) **Repetição dos elementos:** os alunos não percebem a característica do problema em relação à possibilidade de repetição de elementos. Então, desconsideram a repetição dos elementos quando o problema permite, assim como o inverso, considerando a repetição dos elementos em um problema que não permite repetição.
- d) **Diferenciação dos problemas combinatórios:** alunos possuem dificuldades nos conceitos de cada tipo de problema de combinatória, classificando os problemas de maneira errônea;
- e) **Utilização das fórmulas:** além das dificuldades de lembrar as fórmulas de cada problema, os alunos apresentam dificuldades na substituição dos valores do problema na fórmula e resolvê-la;
- f) **Utilização do diagrama de árvores:** os alunos montam o diagrama de árvores com uma estrutura errônea;
- g) **Interpretação:** inicia-se do princípio de que as dificuldades dos alunos estão principalmente na confusão sobre a relevância da ordem dos elementos, na falta de organização para enumerar os dados sistematicamente, dúvidas na identificação da operação aritmética equivalente e interpretação incorreta do problema, quando este apresenta mais de uma etapa.
- h) **Contagem de agrupamentos:** os alunos nem sempre compreendem que os problemas de combinatória se referem à contagem de todos os agrupamentos possíveis e não à divisão do total de elementos pelo número de elementos no agrupamento.

O material produzido para o Projeto Livro Aberto sugere a utilização de situações que:

- 1) possam ser resolvidas utilizando os Princípios Aditivo e Multiplicativo;
- 2) mostrem a importância da organização dos dados e das ações para contagem correta;
- 3) permitam a comparação com problemas já estudados;
- 4) deixem claro a importância de se dividir um problema complexo em problemas menores;
- 5) diferenciem quando objetos são distintos ou não e quando a ordem das escolhas muda ou não o agrupamento a ser contado;
- 6) auxiliem nas generalizações.

Indica ainda que os princípios aditivo e multiplicativo devem ser utilizados antes da apresentação das fórmulas de arranjo, combinação e permutação, pois, estas fórmulas não facilitam a compreensão em um contato inicial com o assunto.

Com este conjunto de distratores e recomendações em mente, e entendendo que o papel do professor mediador é fundamental, pois para que o estudante consiga resolver problemas mais difíceis primeiramente ele precisa ampliar seu raciocínio combinatório, é que foi desenvolvida a atividade que será apresentada no Capítulo 5.

4 EDUCAÇÃO INTEGRAL NAS ESCOLAS ESTADUAIS DO RJ: ENSINO MÉDIO

As escolas estaduais do Rio de Janeiro oferecem, além do Ensino Médio regular, o Ensino Médio Integral. Esse novo modelo, embora desconhecido por muitos, já existe desde 2014 oferecendo educação em tempo integral para os estudantes.

O Programa de Educação Integral compreende uma concepção contemporânea que promove a formação plena do estudante, a partir do desenvolvimento de competências e habilidades essenciais para o enfrentamento dos desafios do século XXI, para o convívio e a participação social e para o mundo do trabalho. Também propõe um novo olhar sobre a juventude, contemplando, assim, o desenvolvimento integral do estudante, enquanto cidadão do mundo globalizado. (SEEDUC, 2023)

As escolas de Ensino Integral estão divididas em vários itinerários como, por exemplo: Itinerário Formação Técnica e Profissional, Itinerário integrado empreendedorismo, Itinerário integrado Inovador, Itinerário de Linguagens entre outros.

As escolas de Itinerário de Linguagens possuem uma Formação Geral Básica comum e não profissionalizante que aprofunda os conhecimentos na área de linguagens, cuja proposta curricular promove o desenvolvimento da proficiência de Línguas Estrangeiras (SEEDUC, 2023). Esse desenvolvimento ocorre com ações pedagógicas formais e não formais sempre

valorizando aspectos culturais e linguísticos, além de promover a interculturalidade, assim potencializando a ação de uma aprendizagem cognitiva e desenvolvendo o protagonismo juvenil.

A escola em que atuo é do tipo integral, com ênfase no itinerário em linguagens, com enfoque específico na língua e cultura inglesa. Situada no município de Nova Iguaçu, nossa escola tem se destacado por apresentar o melhor Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) entre as escolas estaduais da região desde sua implantação. Em 2021, fomos agraciados com uma posição entre as dez melhores escolas estaduais do estado do Rio de Janeiro.

A carga horária dos estudantes é de 10 horas diárias durante a semana, com exceção de quarta-feira, quando os estudantes estudam metade do período. As disciplinas oferecidas são divididas entre disciplinas comuns da rede estadual e disciplinas específicas do itinerário, como Biologia, Geografia e Matemática, todas lecionadas em inglês.

Os estudantes são admitidos somente no primeiro ano do ensino médio e realizam uma prova de certificação de inglês ao final do terceiro ano. Para identificar possíveis dificuldades dos estudantes, avaliações escritas são realizadas nas primeiras semanas de aula.

A escola possui um alto índice de aprovação em vestibulares de universidades públicas e privadas. Entre 2014 e 2015, o ingresso dos estudantes na escola era feito por meio de provas de Língua Portuguesa e Matemática, mas desde 2016 os estudantes ingressam por matrícula comum da rede estadual.

Anteriormente, os professores recebiam uma gratificação para permanecer mais tempo na escola e oferecer apoio pedagógico fora da sala de aula. No entanto, devido ao Regime de Recuperação Fiscal, esse apoio não pode mais ser oferecido. Ainda assim, a escola continua obtendo os melhores resultados entre as escolas de Nova Iguaçu.

Os estudantes que realizaram as atividades são do terceiro ano do Ensino Médio das turmas 3001 e 3002, ambas com 30 estudantes, totalizando 60 estudantes.

5 ATIVIDADE NA PLATAFORMA DESMOS

5.1 Objetivos da Atividade.

Objetivo geral:

Potencializar o aprendizado dos estudantes em Análise Combinatória por meio de recursos digitais.

Objetivo específico:

- Oferecer um conjunto de tarefas matemáticas sobre análise combinatória que façam uso de recursos computacionais disponibilizados pela Plataforma Desmos;
- Identificar elementos que evidenciam a aprendizagem conceitual da análise combinatória como elemento fortalecedor do processo de contagem;
- Analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes na Resolução dos Problemas envolvendo Análise Combinatória por meio do Princípio Multiplicativo;
- Resolver problemas de Arranjo e Combinação sem a utilização de fórmulas;
- Apresentar os conceitos de Arranjo e Combinação após resolver problemas sem a utilização de fórmulas;
- Apresentar a plataforma DESMOS e a plataforma WORDWALL como recursos pedagógicos.

5.2 A Plataforma DESMOS

O DESMOS² é uma plataforma que oferece diversas atividades sobre diferentes tópicos de matemática da educação básica, uma calculadora gráfica on-line totalmente gratuita e ferramentas para criar tarefas on-line (Antunes, 2020).

A escolha da plataforma para realização das atividades se deu pela quantidade de recursos que ela oferece e pela facilidade em criar atividades utilizando outras tarefas já prontas. Entre os recursos mais relevantes, destacam-se:

- a) **Acompanhamento em tempo real:** este recurso permite ao professor monitorar o progresso dos estudantes e intervir quando necessário, o que está diretamente relacionado com o próximo recurso;
- b) **Pausa na atividade:** essa função é útil para interromper a atividade, possibilitando ao professor esclarecer alguma dúvida que tenha surgido;

² A plataforma pode ser acessada em <https://www.desmos.com>

- c) **Determinação do ritmo da atividade:** o professor pode determinar que conjunto de telas os estudantes poderão percorrer, de modo que o aprendizado seja mais efetivo;
- d) **Anonimato dos estudantes:** esse recurso permite que o nome dos estudantes seja substituído por nomes de matemáticos, o que é particularmente útil quando se quer discutir uma resposta sem expor o estudante.

Esses recursos são excelentes para otimizar o processo de aprendizagem e tornar as atividades mais dinâmicas e interativas, proporcionando um ambiente de ensino mais eficiente e satisfatório para estudantes e professores.

Há ainda diversos outros recursos disponíveis na plataforma que serão apresentados durante a análise da atividade.

5.3 Apresentando a atividade

Foi desenvolvida uma atividade lúdica na qual o estudante, acompanhado por cinco amigos, foi ao shopping e enfrentou diversas situações que exigiam soluções cujo raciocínio é baseado em Matemática Combinatória. No início, o estudante é convidado a compartilhar como está se sentindo naquele dia. Em seguida, são apresentados cinco vídeos que mostram diferentes situações ocorridas durante o passeio no shopping. Após cada vídeo, são formuladas perguntas para que os estudantes respondam. Caso tivessem alguma dificuldade, dicas estavam disponíveis para ajudá-los a resolver as questões. A atividade foi cuidadosamente estruturada para ser agradável e interativa, com o objetivo de tornar o aprendizado mais eficaz e prazeroso para os estudantes. Abaixo, você encontrará um QR code para acessar a atividade³, juntamente com algumas telas que ilustram seu formato.

Figura 1: QR code de acesso a atividade



Fonte: Autoria própria

³ A atividade também pode ser acessada em <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/63e929467bbb366c1af530c9?>

Figura 2: Sentimento do estudante antes da atividade

PRÉVIA DA PÁGINA DO ALUNO

1 de 25 Próximo

Como você está se sentindo hoje?

Se quiser, escreva mais sobre a resposta que você deu aqui embaixo. ✨
Quando tiver terminado clique em "Enviar".

Enviar

Fonte: <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5f73ac8ea2748b365d9fda1f?lang=pt-BR&collections=featured-collections%2C5f73acbd05b54d33cafdc56b>

Figura 3: Apresentação da atividade

PRÉVIA DA PÁGINA DO ALUNO

2 de 25 Próximo

Nessa atividade veremos algumas situações que podem ocorrer num Shopping. Suponha que você decidiu ir ao Shopping com mais 5 amigos e as situações abaixo ocorreram durante esse passeio.

Obs: Todos vocês entraram juntos no shopping.

Fonte:

https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.tripadvisor.com.br%2FAttraction_Review-g303506-d4883043-Reviews-Shopping_Nova_America-Rio_de_Janeiro_State_of_Rio_de_Janeiro.html&psig=AOvVaw1CmXKrBUrNQpo-TLY10caX&ust=1680540432712000&source=images&cd=vfe&ved=0CBAQjRxqFwoTCJD Du47Ti_4CFQAAAAAdAAAAABAJ

Figura 4: Primeira questão da atividade

The screenshot shows a student interface with a video player on the left and a response area on the right. The video player displays a math problem in Portuguese: "Você precisa comprar 1 camisa e 1 calça e ao entrar numa loja com seus amigos vocês observam que tem 15 tipos de camisas e 10 tipos de calças. De quantas maneiras distintas você pode comprar 1 calça e uma camisa?". Below the text are six options labeled A through F with values 5, 25, 75, 150, 200, and 300. The video player shows a progress bar at 0:13 / 0:13. The response area has a text input field, a microphone icon, a checkmark icon, and an "Enviar" button. The interface also includes a "PRÉVIA DA PÁGINA DO ALUNO" header, a "3 de 25" indicator, and a "Próximo" button.

Fonte: Autoria própria

1. Após a exibição dos primeiros cinco vídeos, foram apresentados os conceitos de Princípio Fundamental da Contagem, Arranjos e Combinações, por meio de definições, fórmulas e exemplos. Em seguida, os estudantes fizeram as questões propostas e por último, assistiram novamente aos mesmos cinco vídeos exibidos anteriormente e foram questionados se mantinham ou não suas respostas anteriores. Essa abordagem foi utilizada com o objetivo de avaliar o grau de compreensão dos estudantes acerca dos conceitos apresentados, permitindo ao professor identificar quaisquer dificuldades e reforçar o aprendizado. O processo de ensino-aprendizagem foi estruturado de forma dinâmica e interativa, visando proporcionar uma experiência de aprendizado mais completa e envolvente para os estudantes.

Figura 5: Princípio Fundamental da Contagem

PRÉVIA DA PÁGINA DO ALUNO 8 de 25 Próximo >

Princípio Fundamental da Contagem, clique 3 vezes no botão abaixo.

Definição
Se uma decisão d_1 pode ser tomada de x maneiras e se, uma vez tomada a decisão d_1 , a decisão d_2 puder ser tomada de y maneiras então o número de maneiras de se tomarem as decisões d_1 e d_2 é xy .

Fórmula
 $x \cdot y$

Exemplo
Uma sorveteria possui 7 tipos de sabores de sorvete e 3 tipos de cobertura. De quantas maneiras distintas um cliente poderá pedir um único sabor de sorvete com uma única cobertura?
Solução: o sabor pode ser escolhido de 7 modos e a cobertura poderá ser escolhida de 3 modos.
Portanto, temos $7 \cdot 3 = 21$ possibilidades

Fonte: Autoria própria

Figura 6: Arranjo vs Combinações

PRÉVIA DA PÁGINA DO ALUNO 9 de 25 Próximo >

Arranjos vs Combinações - Clique 3 vezes em cada botão

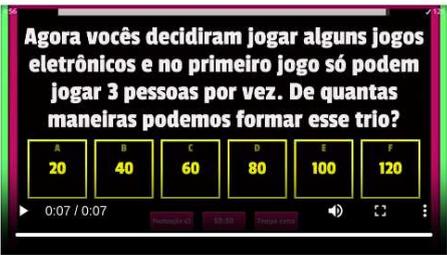
<p>Definição Dados um conjunto com n elementos distintos, chama-se Arranjo desses n elementos, tomados k a k ($com\ k \leq n$), qualquer agrupamento ordenado de k elementos distintos escolhidos entre os n existentes.</p> <p>Fórmula $A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$</p> <p>Exemplo Seis corredores estão disputando uma maratona. Quantos são os resultados possíveis para o primeiro e segundo lugares? $A_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{720}{24} = 30$</p>	<p>Definição Dados um conjunto com n elementos distintos, chama-se Combinação desses n elementos, tomados k a k ($com\ k \leq n$), qualquer subconjunto formado por k elementos distintos escolhidos entre os n existentes.</p> <p>Fórmula $C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$</p> <p>Exemplo De um grupo de seis alunos, dois irão ao passeio da escola. De quantas maneiras distintas podemos escolher esses dois alunos? $C_{6,2} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{720}{2(24)} = 15$</p>
---	---

Fonte: Autoria própria

Figura 7: Segunda questão da atividade

PRÉVIA DA PÁGINA DO ALUNO 11 de 25 Próximo >

Assista o vídeo e responda a pergunta.



Agora vocês decidiram jogar alguns jogos eletrônicos e no primeiro jogo só podem jogar 3 pessoas por vez. De quantas maneiras podemos formar esse trio?

A 20 B 40 C 60 D 80 E 100 F 120

0:07 / 0:07

Você mantém sua resposta? se não coloque sua nova resposta.

📷 🗣️ ✍️
Enviar

Fonte: Autoria própria

2. Na última etapa da atividade, foram apresentados os vídeos com as respostas das perguntas anteriores, além da solução escrita de todas as questões, tanto com quanto sem o uso de fórmulas. Em seguida, foi proposta uma atividade para identificação de arranjos e combinações. Na continuação da atividade, foi disponibilizado um link para a plataforma WORDWALL, onde se encontrava a atividade completa com os vídeos. Por fim, foram realizadas perguntas aos estudantes, a fim de identificar possíveis dúvidas e avaliar o sentimento em relação à atividade realizada.

Figura 8: Solução de uma das questões da atividade

PREVIA DA PÁGINA DO ALUNO

Assista o vídeo e confira se você acertou a resposta.

Depois do almoço você e seus amigos visitaram várias lojas no shopping até que decidiram voltar para suas casas. Antes de ir embora você lembrou que o shopping possui 4 entradas/saídas (as mesmas portas de entrada, também são portas de saída) e aí se perguntou. De quantas maneiras distintas se pode entrar no shopping por uma porta e sair por outra porta diferente?

A 7 B 12 C 20 D 24 E 46 F 50

0:00 / 0:07

Você acertou a resposta? Se quiser fale um pouco mais do seu raciocínio.

Clique e confira a resolução da questão

Clique e confira a resolução da questão

Solução 1:

Note que precisamos escolher 2 portas de um total de 4 portas, mas a ordem das portas faz diferença, ou seja, se você entrar pela porta 1 e sair pela 2, não será a mesma coisa do que você entrar pela porta 2 e sair pela porta 1, por exemplo.

Logo, trata-se de um arranjo e que pode ser calculado por:

$$A_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{24}{(2)!} = \frac{24}{2} = 12 \text{ maneiras}$$

distintas

Solução 2:

Note que precisamos escolher uma porta para entrar e uma outra porta diferente da que entramos para sair.

Assim, temos:

4 opções para entrar e 3 opções para sair.

Logo, temos $4 \cdot 3 = 12$ maneiras distintas de entrar por uma porta e sair por outra porta diferente.

Figura 9: Classificação Arranjos vs Combinações

PREVIA DA PÁGINA DO ALUNO

Classifique cada cenário no grupo correto.

You have 0 of 14 cards correct.

COMBINAÇÕES

Há 110 pessoas em uma reunião. Cada um deles aperta a mão de todos os outros. Quantos apertos de mão foram dados?

Selecionar 11 jogadores de um grupo de 20 jogadores.

Um grupo de 25 pessoas vai participar de uma corrida. Os 8 primeiros colocados avançam para a final.

O corpo estudantil de dez alunos quer eleger um presidente, vice-presidente, secretário e tesoureiro.

Um grupo de 45 pessoas vai participar de uma corrida. Os três primeiros colocados ganharão uma medalha de ouro, prata ou bronze, dependendo da colocação que terminarem.

Precisamos escolher 5 de 13 alunos para um passeio.

Rob e planeja para nove países neste ano. Há 13 países que gostariam de visitar e estão decidindo quais países visitar.

São 15 candidatos para quatro vagas; Computador Programador, Testador de Software, Gerente e Engenheiro de Sistemas.

jogadores em uma equipe de 12 pessoas.

ARRANJOS

Você es uma combinação em uma fechadura de três dígitos usando os números 0-9.

Um jogé prei joge encher o bebedouro.

Rob e planeja para nove países neste ano. Há 13 países que gostariam de visitar e estão decidindo quais países visitar.

21 de 25 Próximo

Fonte: Autoria própria

5.4 Relato da aplicação da atividade

No dia 3 de março, a atividade foi aplicada para a turma 3001 e no dia 6 de março para a turma 3002, ambas com 30 estudantes, totalizando 60. A atividade foi dividida em 4 tempos de 50 minutos, sendo intercalada com duas outras disciplinas. Infelizmente, a sala de informática não pôde ser utilizada devido à falta de funcionamento de vários computadores e do ar condicionado. Por essa razão, foi necessário realizar a atividade em uma sala que dispunha de apenas um computador com datashow, que foi usado para projetar a atividade aos estudantes, possibilitando explicações mais claras.

Embora a plataforma DESMOS não recomendasse o uso de smartphones devido a possíveis problemas de configuração, foi necessário utilizá-los devido à falta de equipamentos disponíveis. Dessa forma, os estudantes tiveram que recorrer aos seus próprios smartphones para responder às perguntas da atividade.

Ao finalizar a atividade, os estudantes solidariamente emprestaram seus smartphones aos colegas que não possuíam um dispositivo adequado ou compartilharam seus dados móveis com eles, para garantir que todos pudessem concluir a atividade com êxito. Graças a essa cooperação mútua, todos os estudantes puderam concluir a atividade, superando as dificuldades enfrentadas.

Existem duas formas de atribuir as atividades aos estudantes: através do uso do Google Sala de Aula ou da geração de um código de sessão único. No nosso caso, optamos pela segunda opção e geramos um código de sessão exclusivo que foi fornecido aos estudantes, juntamente com o endereço <https://student.desmos.com>, que deveriam acessar e inserir o código.

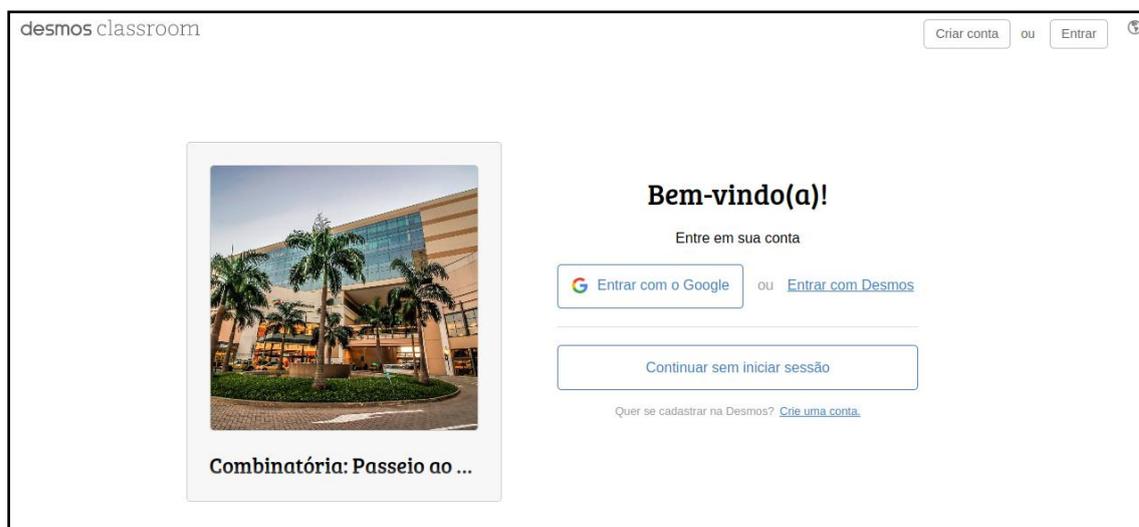
Figura 10: Tela inicial do estudante



Fonte: <https://student.desmos.com>

Nessa tela, o estudante escolhe como deseja acessar a plataforma, que no nosso caso foi inserindo o código.

Após inserir o código de sessão, o estudante é direcionado para a tela de boas-vindas da atividade, onde encontrará as opções disponíveis para acessá-la, como ilustrado na figura a seguir:

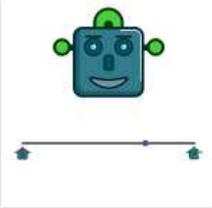
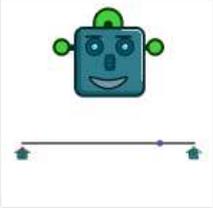
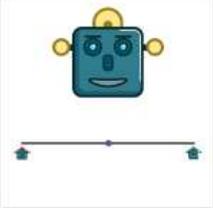
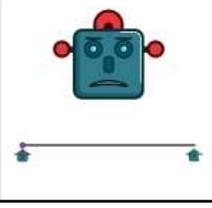
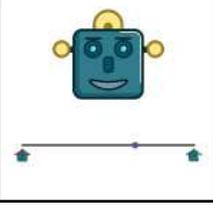
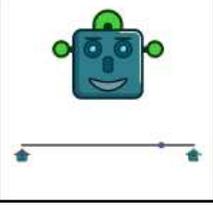
Figura 11: Tela de acesso à atividade

Fonte: <https://student.desmos.com/activitybuilder/student-greeting/641360ac6a64b3e2d3330c5e?lang=pt-BR>

Para facilitar o acesso dos estudantes à atividade, sugerimos que eles acessassem sem iniciar sessão, evitando a necessidade de lembrar seus endereços de e-mail e senhas e não precisar criar uma conta na plataforma. No entanto, é importante ressaltar que, ao acessar desta forma, o estudante não poderá salvar o seu progresso, o que significa que, se ele sair da atividade, terá que recomeçá-la do início quando voltar, mesmo que tenha inserido seu nome de identificação.

Infelizmente, aprendemos essa lição apenas na prática, pois a atividade foi dividida em duas partes e os 4 tempos de 50 minutos foram igualmente divididos. Quando retomamos para realizar a segunda parte, percebemos que tínhamos que responder à primeira parte novamente. Felizmente, os estudantes haviam anotado suas respostas, o que agilizou o preenchimento da atividade pela segunda vez. A primeira tela mostrava um robô, e o estudante poderia mover o cursor para mostrar como estava se sentindo antes de iniciar a atividade, a figura abaixo mostra algumas respostas dos estudantes:

Figura 12: Sentimento antes da atividade

<input type="checkbox"/> Vi Hart	<input type="checkbox"/> Ron Buck...	<input type="checkbox"/> Rediet Abebe
		
<input type="checkbox"/> Grace Hop...	<input type="checkbox"/> Sofia Kovalek...	<input type="checkbox"/> Cynthia Br...
		

Fonte: Autoria própria

Conforme pode ser visto na figura 12 a função anonimato foi ativada e com isso o nome dos estudantes aparecem como nome de personalidade das ciências exatas.

A seguir temos a primeira questão proposta aos estudantes.

Figura 13: Questão 1

Você precisa comprar 1 camisa e 1 calça e ao entrar numa loja com seus amigos vocês observam que tem 15 tipos de camisas e 10 tipos de calças. De quantas maneiras distintas você pode comprar 1 calça e uma camisa?

A	B	C	D	E	F
5	25	75	150	200	300

Pontuação x2
50:50
Tempo extra

Fonte: Autoria própria

Alguns estudantes conseguiram realizar as questões sem ajuda, porém a maioria nunca havia se deparado com esse tipo de questão e necessitaram das dicas fornecidas. O DESMOS disponibiliza a opção de inserir em cada tela de uma atividade dicas ou comentários - que

somente o professor tem acesso - o que é bastante útil para a condução da atividade. Para as cinco primeiras atividades, a dica fornecida foi para que os estudantes reduzissem o número de elementos, contassem as possibilidades e observassem os padrões presentes.

A seguir, apresentamos algumas das respostas dadas pelos estudantes.

Figura 14: Algumas respostas da questão 1

<input type="checkbox"/>	Mary Winston Jackson	1 camisa das 15 opções Escolher 1 calça das 10 opções $15 \cdot 10 = 150$
<input type="checkbox"/>	John Urschel	150
<input type="checkbox"/>	Gloria Gilmer	$15 \cdot 10 = 150$
<input type="checkbox"/>	Fan Chung	$15 \times 10 = 150$
<input type="checkbox"/>	Wang Zhenyi	25

Fonte: Autoria própria

Na primeira pergunta, a resposta correta era 150 e, de fato, a maioria dos estudantes acharam esta resposta efetuando o cálculo 15×10 . No entanto, houve também respostas como 24, justificadas pela equação $15 + 10 - 1 = 24$, pois alguns estudantes acharam que estavam contando um elemento a mais. Outra resposta foi 25, justificada pela soma simples de $15 + 10 = 25$. Além disso, alguns estudantes responderam 75, argumentando que fizeram 15×10 e dividiram o resultado por 2, pois estavam contando os elementos em dobro.

A seguir, temos a segunda questão proposta aos estudantes.

Figura 15: Questão 2

Agora vocês decidiram jogar alguns jogos eletrônicos e no primeiro jogo só podem jogar 3 pessoas por vez. De quantas maneiras podemos formar esse trio?

A	B	C	D	E	F
20	40	60	80	100	120

Pontuação x2 50:50 Tempo extra

Fonte: Autoria própria

Novamente, a maioria dos estudantes encontrou dificuldades para resolver a questão sem a dica. Além disso, muitos estudantes que conseguiram resolver a questão anterior tiveram dúvidas sobre quando usar arranjo ou combinação. Isso ocorre frequentemente quando os estudantes decoram fórmulas sem compreender a lógica por trás delas. Para ajudar os estudantes, novamente fiz uma intervenção dando a mesma dica da questão anterior: reduzir o número de elementos, contar as possibilidades e buscar padrões.

A seguir estão algumas das respostas dadas pelos estudantes.

Figura 16: Algumas respostas da questão 2

<input type="checkbox"/>	Arlie Petters	$P = n! / (n-p)! = P = 6! / (6-3)! = P = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 / 3 \times 2 \times 1 = P$ 120
<input type="checkbox"/>	Dorothy Vaughan	120
<input type="checkbox"/>	Shiing-Shen Chern	Letra: A (20)
<input type="checkbox"/>	Mary Golda Ross	20

<input type="checkbox"/> Ahmes	40
<input type="checkbox"/> Wen-Tsun Wu	F
<input type="checkbox"/> John Sims	80

Fonte: Autoria própria

Nessa questão tivemos várias respostas diferentes, alguns estudantes acharam 120 e afirmavam que se tratava de um arranjo ou permutação, outros utilizaram a dica e observaram um padrão, mas esqueceram que estavam contando várias vezes a mesma coisa.

Alguns estudantes responderam 20, que é a resposta correta, pois acharam que estavam contando várias vezes a mesma coisa e outros acharam que se tratava de uma combinação.

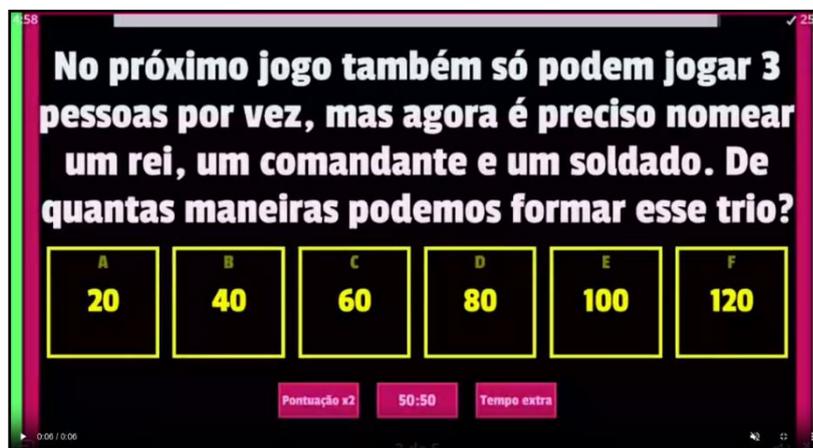
Também tivemos 40 como uma das respostas e a justificativa foi que tentaram achar um padrão, mas se perderam e a resposta mais próxima foi 40.

Uma outra resposta foi 60 e a justificativa foi que acharam 120, mas pensaram estar contando em dobro, por isso dividiram por 2.

Outra resposta foi 80 e como justificativa o estudante disse que encontrou 120, mas pensou estar contando 40 a mais, daí fez $120 - 40 = 80$.

A seguir temos a terceira questão proposta aos estudantes.

Figura 17: Questão 3



Fonte: Autoria própria

Nesta questão, os estudantes tiveram dúvidas se a resposta seria a mesma da questão anterior e aqueles que, na questão anterior, tiveram dificuldade em determinar se era um arranjo ou combinação, sabiam que a resposta era diferente, mas não conseguiam identificar com clareza. Novamente fiz a mesma intervenção realizada anteriormente. A seguir, apresentamos algumas das respostas dos estudantes.

Figura 18: Algumas respostas da questão 3

Etta Zuber Falconer

$$P = n! / (p-n)!$$

$$P = 6! / (6-3)!$$

$$P = 720 / 6$$

$$P = 120$$

Alan Turing

$$6 \times 5 \times 4 = 120$$

Madhava

$$C) 60$$

Raegan Higgins

$$\frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20$$

Mary Winston Jackson

$$120 \text{ maneiras}$$

Fonte: Autoria própria

Novamente, obtivemos respostas diferentes para essa questão. Alguns estudantes afirmaram que a resposta era 120, que é a resposta correta, e que se tratava de um arranjo ou permutação. No entanto, alguns destes estudantes que encontraram 120 na questão anterior se questionaram qual das duas questões teria 120 como a resposta correta. Outros utilizaram a dica e conseguiram identificar um padrão, mas ficaram em dúvida se estavam contando a mais em uma das questões.

A resposta de 20 também apareceu novamente, e alguns estudantes que responderam dessa forma na questão anterior se perguntaram se estavam contando várias vezes a mesma coisa em ambas as questões. Outros acharam que se tratava de uma combinação ou utilizaram

a dica, identificaram um padrão, mas suspeitaram que estavam contando a mais.

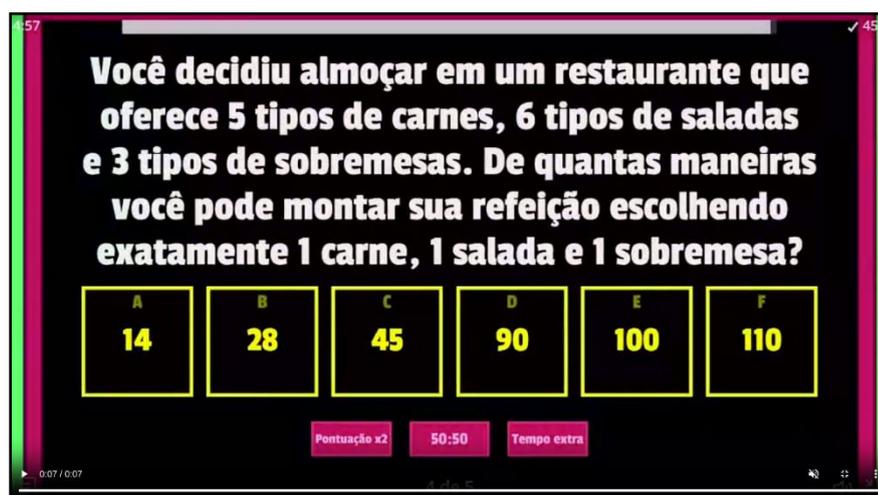
Também tivemos a resposta de 40, em que alguns estudantes tentaram encontrar um padrão, se perderam, e a resposta mais próxima que encontraram foi 40. Já a resposta de 60 foi dada por alguns estudantes que também tentaram encontrar um padrão e encontraram 120, mas acreditaram que estavam contando em dobro e, por isso, dividiram 120 por 2.

Por fim, outra resposta foi 80, em que o estudante encontrou 120, mas percebeu que estava contando a mais e achou que a resposta deveria ser 40 a menos. Dessa forma, fez $120 - 40 = 80$ como resposta.

Tive que intervir para ajudar os estudantes a compreenderem a questão e utilizar a estratégia de reduzir o número de elementos, contar as possibilidades e observar o padrão.

A seguir temos a quarta questão proposta aos estudantes.

Figura 19: Questão 4



Fonte: Autoria própria

Nessa questão, a maioria dos estudantes encontraram a mesma resposta e a justificativa era que essa questão tinha a mesma linha de raciocínio da questão 1. A seguir temos algumas respostas dadas pelos estudantes.

Figura 20: Algumas respostas da questão 4

<input type="checkbox"/> Raegan Higgins
$6 \cdot 5 \cdot 3 = 90$
<input type="checkbox"/> Mary Winston Jackson
90 maneiras
<input type="checkbox"/> Gloria Gilmer
$5.6.3= 90$
<input type="checkbox"/> Fan Chung
$5.6.3=90$
<input type="checkbox"/> Wang Zhenyi
14

Fonte: Autoria própria

A maioria das estudantes acharam 90, que é a resposta correta, como resposta e a justificativa era que a questão seguia a mesma lógica da questão 1, mas tivemos uma resposta 14 dada pelo mesmo estudante que respondeu 25 na questão 1, e a justificativa do estudante foi novamente somar os números, ou seja, $5 + 6 + 3$.

Uma outra resposta foi 45 e a justificativa foi que acharam 90, mas estavam contando em dobro, por isso dividiram por 2.

Outros acharam 60, cuja justificativa foi $90 - 30 = 60$, pois achavam que estavam contando a mais.

Também foi encontrada 120 como uma das respostas, e a justificativa foi que o estudante confundiu as questões.

Figura 21: Questão 5

Depois do almoço você e seus amigos visitaram várias lojas no shopping até que decidiram voltar para suas casas. Antes de ir embora você lembrou que o shopping possui 4 entradas/saídas (as mesmas portas de entrada, também são portas de saída) e aí se perguntou. De quantas maneiras distintas se pode entrar no shopping por uma porta e sair por outra porta diferente?

A 7 B 12 C 20 D 24 E 46 F 50

Pontuação x2 50:50 Tempo extra

Fonte: Autoria própria

A seguir, apresentamos a quinta e última questão proposta aos estudantes na primeira parte da atividade. Inicialmente, os estudantes enfrentaram muita dificuldade, mas conseguiram lembrar da dica para reduzir o número de elementos, contar as possibilidades e tentar observar o padrão, o que permitiu que a maioria deles encontrasse a mesma resposta. No entanto, novamente surgiram respostas diferentes entre os estudantes.

Abaixo, apresentamos algumas das respostas dadas pelos estudantes.

Figura 22: Algumas respostas da questão 5

Brahmagupta

Se você entra por uma das portas, não pode sair por ela. logo, só sobram 3 p/ sair. $4 \times 3 = 12$

Sarah Flannery

sao 4 entradas e saídas (mesma porta)
 entrar por uma porta e sair por outra diferente(no caso, temos duas portas agora)
 $4! = 24$
 $4 \times 3 = 12$

Talitha Washington

20

<input type="checkbox"/> Gloria Gilmer
12 maneiras
<input type="checkbox"/> Fan Chung
$4!/(4-2)! = 24/(2)! = 24/2 = 12$
<input type="checkbox"/> Wang Zhenyi
24

Fonte: Autoria própria

Assim como nas questões 2 e 3, foram encontradas várias respostas diferentes, a maioria dos estudantes encontraram 12, que é a resposta correta, como resposta e afirmaram que se tratava de um arranjo ou permutação, outros utilizaram a dica e observaram um padrão e chegaram à mesma resposta, mas ficaram na dúvida se estavam contando a mais.

Outra resposta que apareceu foi 20, e a justificativa desse estudante foi que eram 5 pessoas e 4 portas e ele multiplicou os números, ou seja, 5×4 .

Uma outra resposta foi 24, o estudante afirmou que tinha achado 12 como resposta, mas achou que estava contando em dobro e em vez de dividir por 2, se confundiu e multiplicou por 2.

Também teve 7 como resposta e a justificativa foi $3 + 4 = 7$.

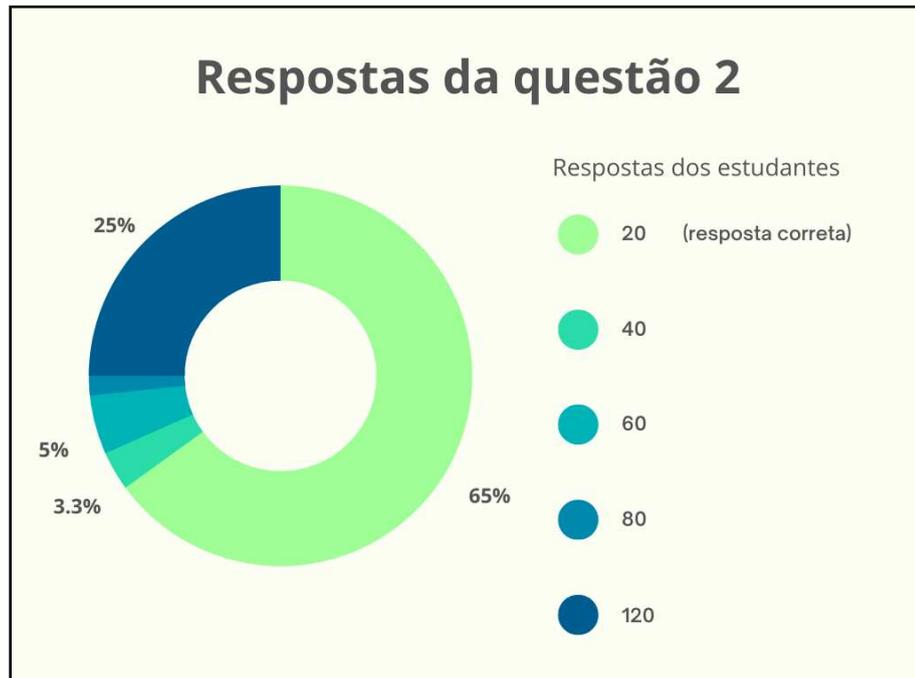
Os gráficos a seguir resumem como foi o desempenho dos estudantes nesta primeira parte da atividade.

Gráfico 1: Respostas da questão 1



Fonte: Autoria própria

Gráfico 2: Respostas da questão 2



Fonte: Autoria própria

Gráfico 3: Respostas da questão 3

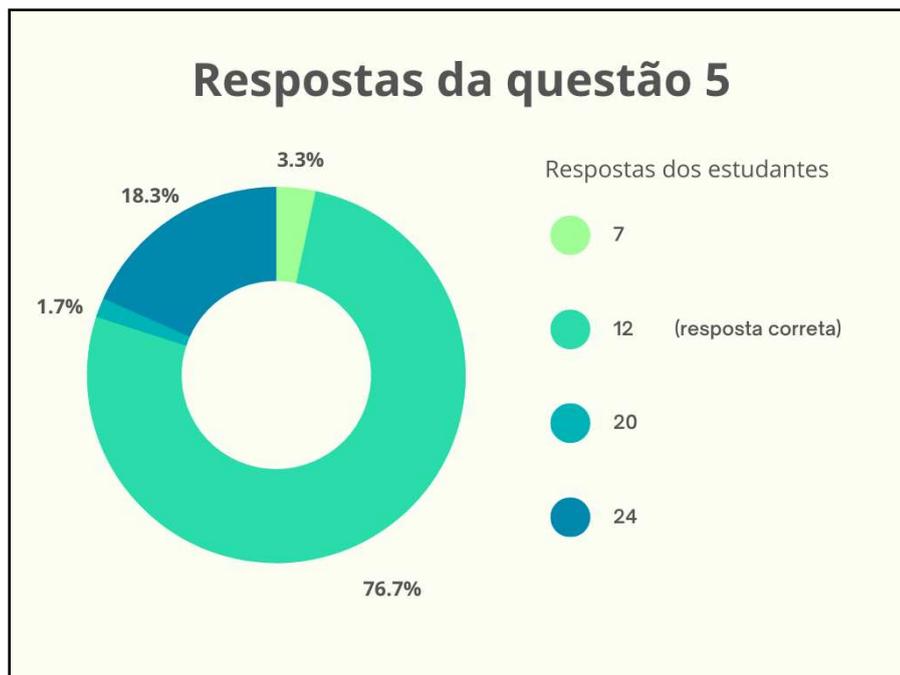


Fonte: Autoria própria

Gráfico 4: Respostas da questão 4



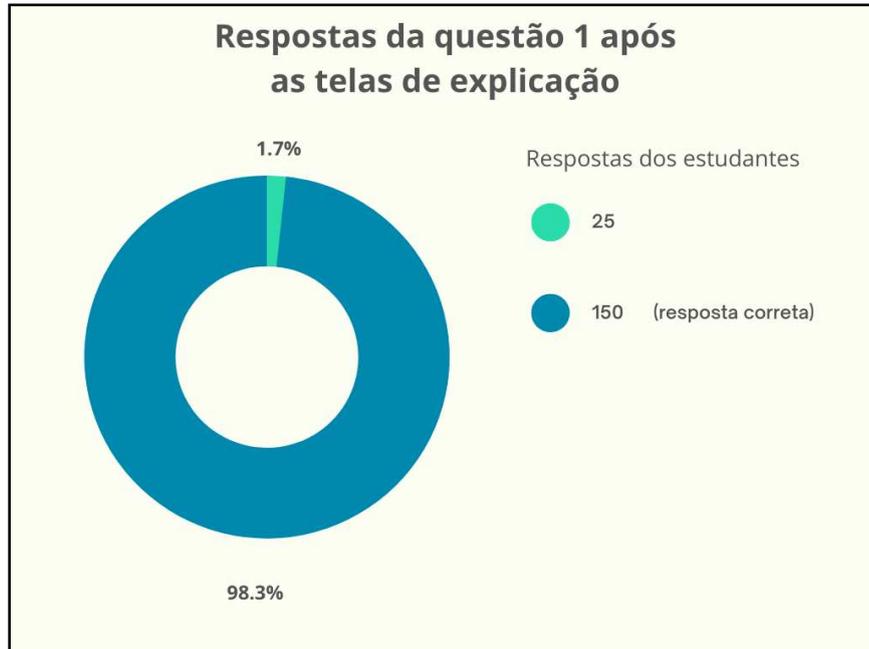
Fonte: Autoria própria

Gráfico 5: Respostas da questão 5

Fonte: Autoria própria

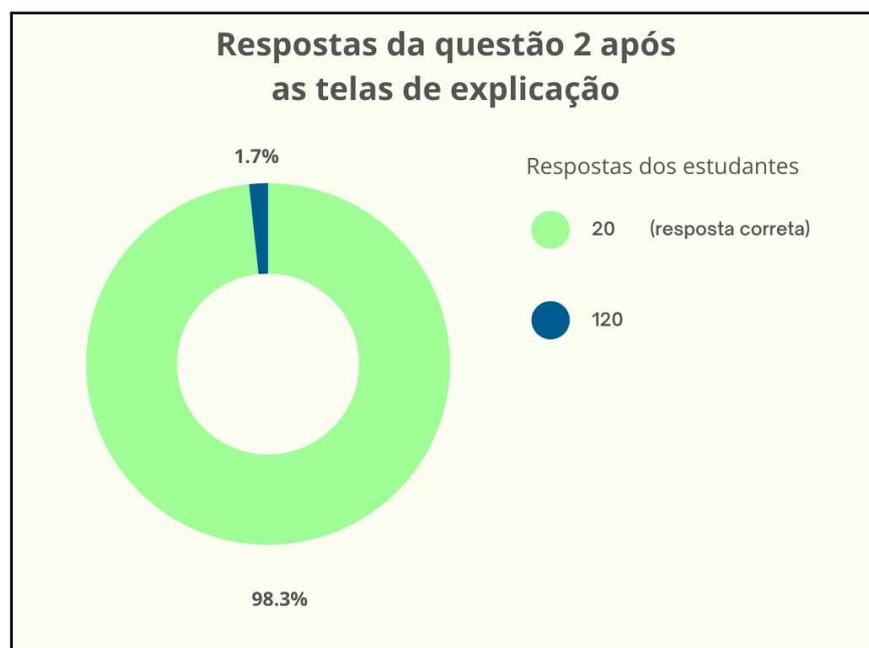
Na segunda parte da atividade, os estudantes tiveram acesso a telas explicando o que é Princípio Fundamental da Contagem (PFC), Arranjos e Combinações, com suas respectivas fórmulas e exemplos, conforme ilustrado nas figuras 4 e 5. Após visualizarem as telas, os estudantes foram questionados se manteriam suas respostas em relação às 5 questões feitas anteriormente ou se modificariam suas respostas. Caso houvesse modificação, deveriam indicar suas novas respostas.

Os gráficos a seguir mostram as respostas dadas pelos estudantes após as telas explicativas sobre os conceitos de Princípio Fundamental da Contagem, Arranjos e Combinações.

Gráfico 6: Respostas da questão 1 após as telas de explicação

Fonte: Autoria própria

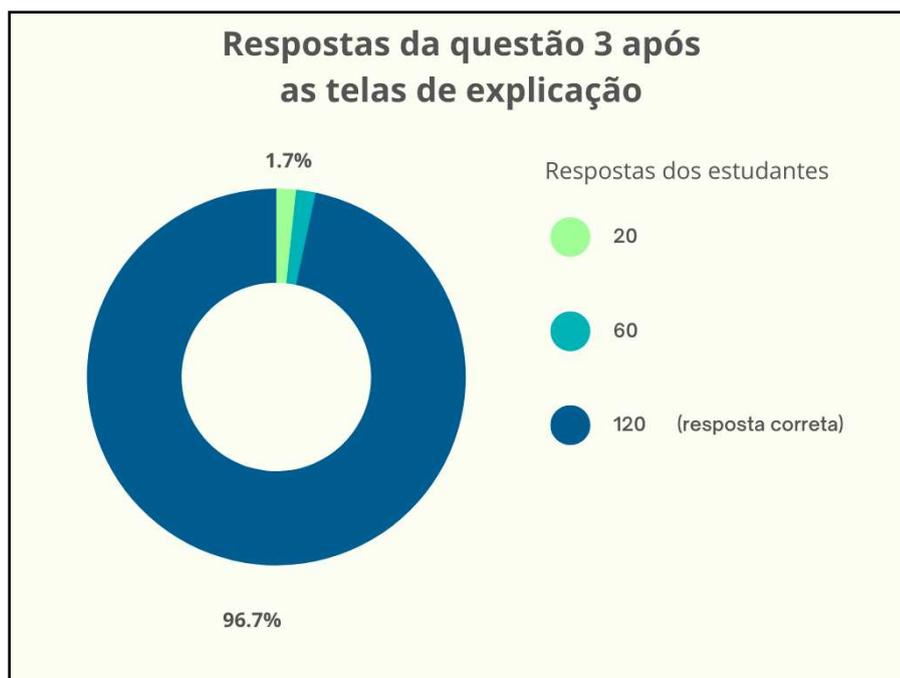
Somente um estudante manteve a resposta 25 após ter acesso às telas de explicação, nenhum estudante manteve as respostas 24 e 75 e todos os outros 59 estudantes colocaram 150 como a resposta correta.

Gráfico 7: Respostas da questão 2 após as telas de explicação

Fonte: Autoria própria

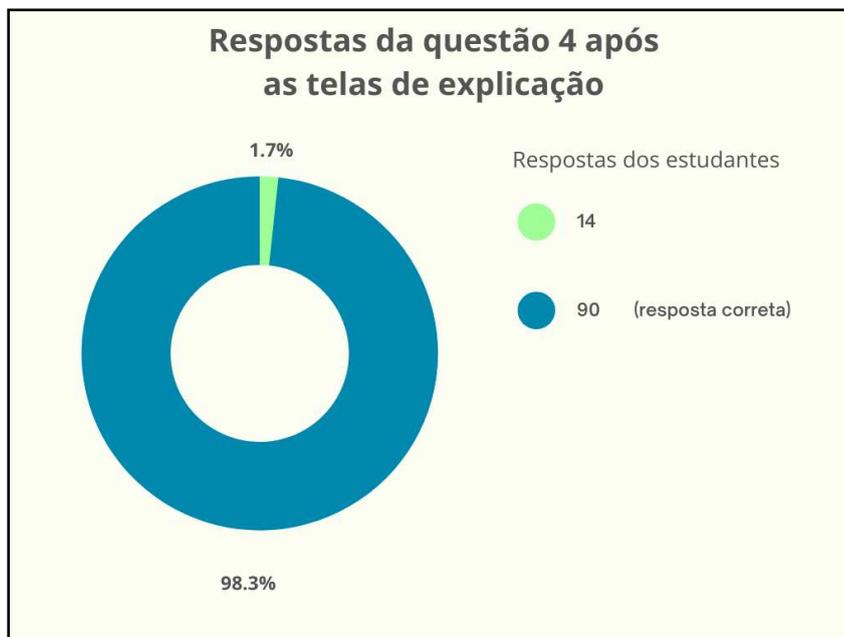
O estudante que manteve a resposta 25 na questão 1 foi o único que manteve sua resposta nesta questão, nenhum estudante manteve as respostas 40, 60 e 80 e todos os outros 59 estudantes colocaram 20 como a resposta correta.

Gráfico 8: Respostas da questão 3 após as telas de explicação



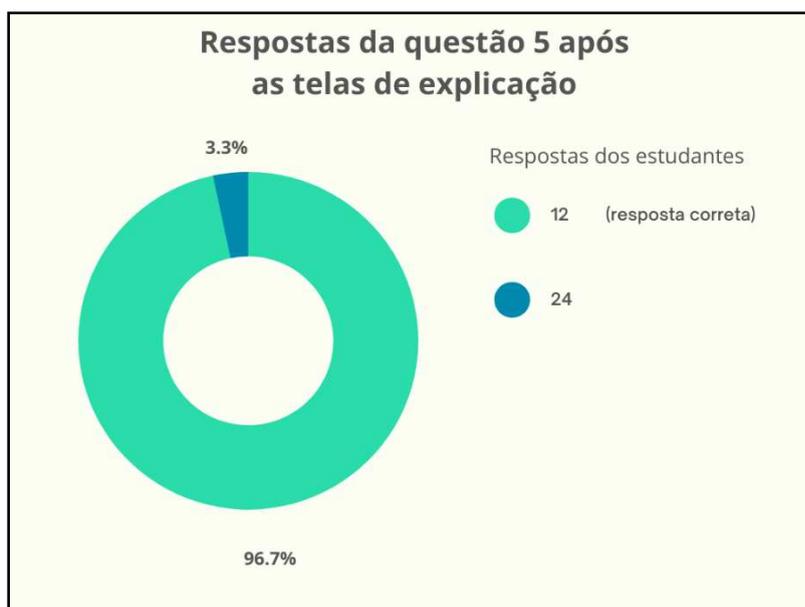
Fonte: Autoria própria

Novamente, o estudante que manteve as respostas 25 e 20 nas questões 1 e 2, respectivamente, manteve sua resposta - que nessa questão foi 60 - após ter acesso às telas de explicação, outro estudante manteve sua resposta que foi 20, nenhum estudante manteve as respostas 40 e 80 e todos os outros 58 estudantes colocaram 120 como a resposta correta.

Gráfico 9: Respostas da questão 4 após as telas de explicação

Fonte: Autoria própria

Mais uma vez, o estudante que manteve as mesmas respostas nas três primeiras questões também manteve sua resposta para essa questão, que foi 14, mesmo após ter acesso às telas de explicação. Nenhum outro estudante manteve as respostas 45, 60 e 90, e todos os outros 59 estudantes responderam corretamente com 90.

Gráfico 10: Respostas da questão 5 após as telas de explicação

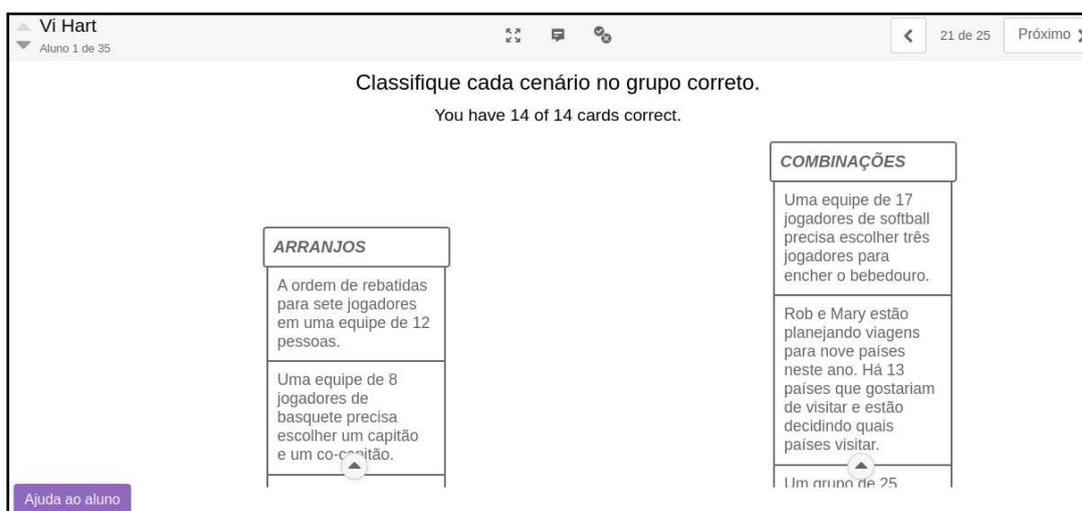
Fonte: Autoria própria

Apenas duas respostas 24 foram registradas: uma do estudante que manteve as respostas nas questões anteriores (25, 20, 60 e 14) e outra de um estudante que manteve a resposta 20 na questão 3. Nenhum estudante manteve as respostas 7 e 20, e os outros 58 estudantes responderam corretamente com o valor 12.

Na terceira parte da atividade, os estudantes tiveram acesso aos vídeos com as respostas corretas das 5 questões propostas, além da solução escrita passo a passo de todas as questões, incluindo aquelas que envolviam Arranjo ou Combinação, que foram resolvidas com e sem o uso de fórmulas. Um exemplo dessas soluções foi apresentado na figura 7.

Além disso, na terceira parte foi proposta a última questão, que envolvia organizar um conjunto de cartões, cada um deles com a descrição de uma determinada situação, em arranjos ou combinações. Os estudantes receberam feedback imediato sobre suas respostas, já que se o cartão fosse colocado no local certo, o número de cartões corretos aumentava na tela, e se fosse colocado no local errado, esse número diminuía. Abaixo, apresentamos algumas das respostas dadas pelos estudantes.

Figura 23: Classificar em arranjo ou combinação (uma solução)



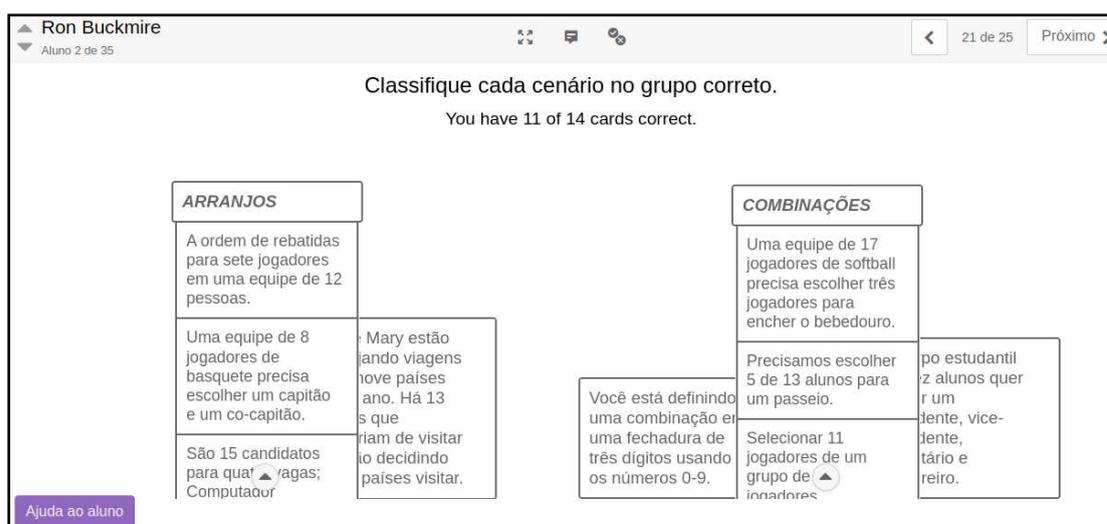
Fonte: Autoria própria

Na figura acima, temos a resposta de um estudante que classificou corretamente os cartões. No entanto, na figura a seguir, temos a imagem da tela de um estudante que não classificou todos os cartões corretamente. Esse estudante relatou que não percebeu o que acontecia quando colocava os cartões no local errado, assim como outros três estudantes. Outros 11 estudantes relataram que não conseguiram organizar corretamente os cartões por causa do

uso do smartphone.

Como já mencionado anteriormente, é importante lembrar que o uso da plataforma Desmos em smartphones não é totalmente recomendado, pois algumas telas podem apresentar erros. Essa é uma delas, pois os cartões ficam amontoados e, dependendo do aparelho, pode ser praticamente impossível separá-los.

Figura 24: Classificar em arranjo ou combinação (uma solução)



Fonte: Autoria própria

Apesar do problema mencionado anteriormente, é importante destacar uma ótima funcionalidade da plataforma, que mostra os erros mais comuns cometidos pelos estudantes ao organizar os cartões. No entanto, esses erros não serão considerados na avaliação da atividade, uma vez que, como mencionado anteriormente, o desempenho de alguns estudantes foi prejudicado devido a problemas de configuração em alguns smartphones. Portanto, as informações exibidas nas figuras abaixo têm apenas a finalidade de exemplificar este recurso disponível na plataforma.

Figura 25: Fichas incorretas mais comuns

The image displays three examples of incorrect word problems, each enclosed in a box. The first box is titled 'Fichas incorretas mais comuns' and contains a problem about a softball team and a water bottle. The second and third boxes are side-by-side, each containing a different problem about a race and a meeting, respectively. Each problem is attributed to 'Dorothy Vaughan, Brahmagupta, Sarah Flannery'.

Fichas incorretas mais comuns

Uma equipe de 17 jogadores de softball precisa escolher três jogadores para encher o bebedouro.

Dorothy Vaughan, Brahmagupta, Sarah Flannery

Um grupo de 45 pessoas vai participar de uma corrida. Os três primeiros colocados ganharão uma medalha de ouro, prata ou bronze, dependendo da colocação que terminarem.

Dorothy Vaughan, Brahmagupta

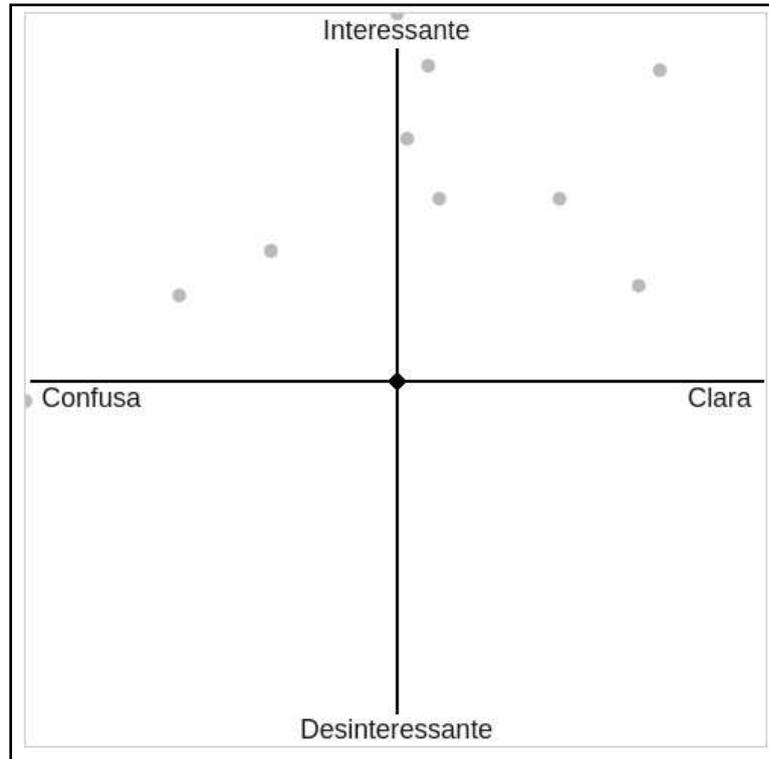
Há 110 pessoas em uma reunião. Cada um deles aperta a mão de todos os outros. Quantos apertos de mão foram dados?

Dorothy Vaughan, Brahmagupta

Fonte: Autoria própria

Após a última questão, foi disponibilizado um link para a plataforma WORDWALL, que contém diversas atividades em formato de quiz, jogos de videogame e outros recursos para reforçar o conteúdo abordado na atividade. Foi recomendado fortemente o uso dessa plataforma para consolidar o aprendizado dos estudantes.

Ao final, foi solicitado que os estudantes avaliassem a atividade proposta; algumas respostas podem ser vistas na imagem a seguir.

Gráfico 11: Opinião dos estudantes sobre a atividade

Fonte: Autoria própria

Abaixo temos o relato de alguns estudantes sobre a atividade proposta.

Figura 26: Respostas dos estudantes sobre dúvidas da atividade

Que dúvida(s) você tem sobre a aula de hoje?

Lynn Conway
nada

Erica Walker
Acho que nenhuma, questão de prática mesmo.

Gloria Conyers Hewitt
Nenhuma

Sarah Flannery
não entendi muito bem sobre arranjo e combinação

<input type="checkbox"/> Etta Zuber Falconer	Nenhuma
<input type="checkbox"/> Madhava	Nenhuma :)
<input type="checkbox"/> Raegan Higgins	não possuo duvida.
<input type="checkbox"/> Fan Chung	Fórmulas
<input type="checkbox"/> Wang Zhenyi	tenho de como calcular algumas contas

Fonte: Autoria própria

Para finalizar a atividade, os estudantes foram convidados a compartilhar como estavam se sentindo naquele dia, arrastando um cursor para indicar sua resposta. Na figura abaixo, é possível ver algumas das respostas que foram fornecidas pelos estudantes

Figura 27: Algumas respostas sobre como estavam se sentindo após a atividade

<input type="checkbox"/> Vi Hart	<input type="checkbox"/> Ron Buck...	<input type="checkbox"/> Grace Hop...
<p>Quão bem você entendeu a matemática hoje?</p> <p>Como você se sentiu sobre aprender matemática hoje?</p>	<p>Quão bem você entendeu a matemática hoje?</p> <p>Como você se sentiu sobre aprender matemática hoje?</p>	<p>Quão bem você entendeu a matemática hoje?</p> <p>Como você se sentiu sobre aprender matemática hoje?</p>
<input type="checkbox"/> Sofia Kovalek...	<input type="checkbox"/> Cynthia Br...	<input type="checkbox"/> Dorothy Va...
<p>Quão bem você entendeu a matemática hoje?</p> <p>Como você se sentiu sobre aprender matemática hoje?</p>	<p>Quão bem você entendeu a matemática hoje?</p> <p>Como você se sentiu sobre aprender matemática hoje?</p>	<p>Quão bem você entendeu a matemática hoje?</p> <p>Como você se sentiu sobre aprender matemática hoje?</p>

Fonte: Autoria própria

A seguir apresentamos alguns depoimentos dos estudantes sobre como se sentiram em relação àquele dia.

Figura 28: Alguns relatos sobre como estavam se sentindo após a atividade

Se desejar, conte mais sobre suas respostas abaixo.

Vi Hart

me enrolei com as fórmulas mas foi divertido entender.

Ron Buckmire

Eu consegui entender toda a matéria porém estava com um pouco de sono.

Grace Hopper

;-;

Cynthia Breazeal

Foi bom, porém preciso aprender mais

Dorothy Vaughan

Aprendi tudo, Fábio é brabo

Raegan Higgins

eu gostei do conceito.

Fonte: Autoria própria

A atividade foi muito bem recebida pelos estudantes, que demonstraram entusiasmo desde o início, apesar dos problemas de estrutura da escola. Inicialmente, alguns estudantes enfrentaram dificuldades para resolver as questões, mas com as dicas e intervenções ao longo da atividade, eles foram capazes de aprimorar sua linha de raciocínio e a maioria conseguiu entender o conceito e resolver as questões com sucesso.

A plataforma Desmos oferece muitos recursos que chamam a atenção dos estudantes e despertam seu interesse, principalmente por estarem acostumados com a tecnologia. Eles rapidamente entenderam para que serviam os recursos e como usá-los para resolver a atividade. Alguns ficaram mais interessados em como os recursos funcionavam do que na própria atividade em si.

Os estudantes adoraram a possibilidade de controlar o ritmo da atividade, pausá-la a

qualquer momento e ver em tempo real as respostas. Vários deles me perguntaram como poderiam criar suas próprias atividades. No entanto, a plataforma poderia melhorar o funcionamento no smartphone, uma vez que é o dispositivo mais comum e acessível para muitos estudantes. Embora haja opiniões diferentes sobre o uso de smartphones em sala de aula, é fato que nem todos possuem computadores em casa, e muitas escolas públicas no Rio de Janeiro também não têm recursos suficientes para disponibilizar computadores e acesso à internet.

Outro ponto que poderia ser aprimorado é o login sem uma conta do Google ou da própria plataforma, pois se o estudante desconectar, a atividade precisa ser realizada novamente do início, mesmo que ele coloque o mesmo nome. Além disso, a atividade não é salva automaticamente, o que pode ser frustrante para alguns estudantes.

Apesar disso, a plataforma é excelente e será muito utilizada em minhas aulas daqui por diante, pois possui muitos recursos interessantes que podem ajudar no aprendizado dos estudantes. Ela fornece um excelente feedback ao professor, que pode acompanhar melhor o progresso e dificuldades dos estudantes. É um recurso valioso para conectar a matemática com a tecnologia e reforçar o aprendizado dos estudantes.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de contagem, presente em situações simples e complexas do cotidiano, torna a combinatória um ramo belo e desafiador da matemática. Embora os cálculos possam ser simples, a interpretação das questões pode ser difícil. Como professor de matemática, preocupado com o aprendizado de meus alunos em relação à combinatória, decidi utilizar a plataforma DESMOS, que conheci durante o PROFMAT, e a plataforma WORDWALL para elaborar uma atividade mais atrativa e interativa.

Apesar dos contratempos devido à falta de computadores e internet precária na escola, os estudantes se envolveram muito na atividade, tentando resolver as questões sem fórmulas e depois aprendendo as fórmulas para refazer as questões. Os comentários dos estudantes ao final da atividade e o envolvimento durante todo o processo me fizeram concluir que a atividade foi exitosa.

Conectar a prática dentro de sala com recursos tecnológicos é essencial para despertar o interesse dos estudantes e melhorar a prática pedagógica dos professores. Certamente irei utilizar mais vezes essas plataformas e seus recursos para oferecer uma educação de qualidade e cada vez mais conectada com a realidade dos nossos estudantes.

7 REFERÊNCIAS

ANTUNES, G., CAMBRAINHA, M. Modelos de exploração matemática na plataforma Desmos ensinar e aprender em um ambiente virtual de aprendizagem. IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, SBM, 2020

BATANERO, C.; GODINO, J.; NAVARRO-PELAYO, V. Razonamiento combinatorio. Madri: Ed. Sintesis, 1996.

BORBA, Rute; ROCHA, Cristiane; AZEVEDO, Juliana. Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. **Bolema. Boletim de Educação Matemática** (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 29, p. 1348-1368, 2015.

BORBA, R. E. S. R.; SOUZA, L.; CARVALHO, J. Desafios do ensino na Educação Básica de Combinatória, Estatística e Probabilidade. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – Em Teia, Recife, v. 9, n. 1, p. 01-24, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/231908/pdf>. Acesso em: 20 out. 2022.

BRASIL, Ministério da Educação, (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012.

MORGADO, A.; PITOMBEIRA, J.; CARVALHO, P.C.; FERNANDEZ, P. Análise Combinatória e Probabilidade. 9. ed. Rio de Janeiro: IMPA/SBM, 2006.

OLIVEIRA, Cacilda Lages - Significado e contribuições da afetividade, no contexto da Metodologia de Projetos, na Educação Básica, dissertação de mestrado – Capítulo 2, CEFET-

MG, Belo Horizonte-MG, 2006.

SED. Secretaria de Estado de Educação do Mato Grosso do Sul. Perguntas Frequentes - BNCC.

Disponível em:

<https://www.sed.ms.gov.br/perguntas-frequentes->

[bncc/#:~:text=Conforme%20definido%20na%20Lei%20de,Ensino%20Fundamental%20e%20Ensino%20M%C3%A9dio%2C](https://www.sed.ms.gov.br/perguntas-frequentes-bncc/#:~:text=Conforme%20definido%20na%20Lei%20de,Ensino%20Fundamental%20e%20Ensino%20M%C3%A9dio%2C). Acesso em: 20 out. 2022.

SEEDUC. Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro. Educação Integral. Disponível

em: <https://www.seeduc.rj.gov.br/cidad%C3%A3o/educa%C3%A7%C3%A3o-integral>

Acesso em: 10 nov. 2022.

SILVA, C. Uma experiência no ensino de áreas, perímetros e simetria através de projetos no município de Tanguá. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, p. 59. 2021.

SILVA, E. V. P.; SILVA, K. C. P. Análise Combinatória. Livro – Aberto. Disponível em:

<https://github.com/livro-aberto/tex-design->

[development/blob/master/Cap%C3%ADtulos%20prontos%20-](https://github.com/livro-aberto/tex-design-development/blob/master/Cap%C3%ADtulos%20prontos%20-)

[%20Professor/An%C3%A1lise%20Combinat%C3%B3ria%20-%20Professor.pdf](https://github.com/livro-aberto/tex-design-development/blob/master/Cap%C3%ADtulos%20prontos%20-%20Professor/An%C3%A1lise%20Combinat%C3%B3ria%20-%20Professor.pdf). Acesso em:

15 out. 2022.

SIMAS, F.L.B, RANGEL, L.G., Metodologia de desenvolvimento de um livro didático aberto e colaborativo, XIII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Mato Grosso, 2019.